Entorno Abierto

Boletín digital
de la Sociedad Aragonesa
«Pedro Sánchez Ciruelo»
de Profesores
de Matemáticas

Número 12
Septiembre de 2016

Nuevamente tenemos que empezar esta crónica lamentando el fallecimiento de uno de nuestros socios. Ángel Ramírez murió víctima de un trágico accidente que fue noticia en toda la prensa aragonesa el pasado 13 de septiembre, de la que nos hicimos eco en nuestro blog. Todas las muertes dejan un vacío entre sus seres queridos, pero en el caso de Ángel este hueco se multiplica debido a la cantidad de intereses y actividades que le mantenían ocupado. Era uno de esos compañeros (entre nuestros socios hay unos cuantos) para los cuales la jubilación se convierte en una excelente excusa para seguir trabajando con más ahínco, si cabe. Así que dejó varios proyectos huérfanos de su brillante aportación: en didáctica, en el terreno sindical, en el ámbito cultural..., incluso un artículo para *Entorno Abierto.*

En el mes de julio también nos dejaba un buen amigo suyo: Antonio Aramayona. En su homenaje se leyeron unas palabras del propio Ángel, en las que, con su estilo característico, se quejaba de que no iba a poder polemizar más con él. Porque esa era una de las cosas con las que más disfrutaba Ángel, *discutiendo,* casi de cualquier tema, y siempre resultaba difícil estar a su altura.

Es indiscutible la grandeza de su figura como innovador en el terreno de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, así que se antoja imprescindible homenajearlo de alguna manera. Desde la SAPM estamos trabajando en esta cuestión.

Pero hay que seguir...

Para este curso que empieza nuestra Sociedad no presenta grandes novedades, en lo que respecta a las actividades a realizar. Todas son reediciones de otras anteriores, pero en las que nos planteamos seguir creciendo y mejorando su calidad.

Una vez que el 30 de septiembre acabe el plazo de presentación de proyectos para participar en el programa *Conexión Matemática* empezará todo el proceso de valoración de los proyectos y posterior puesta en marcha de las distintas semanas matemáticas. Este curso seguimos incrementando el número de talleres y pondremos en marcha dos exposiciones nuevas. Además, en esta ocasión la formación asociada al programa consiste en dos grupos de trabajo: uno para trabajar con GeoGebra en Infantil y Primaria y otro para realizar una ruta histórico-matemática por Aragón. La información aparecerá en DOCEO y estará vinculada al CIFE Juan de Lanuza. En lo que respecta a los *anexos* al

Σrio Interactivo

XXVII Olimpiada Matemática Nacional de 2.º de ESO
El Taller de Talento Matemático
Congreso Bienal RSME2017 Zaragoza (I)
La matemática como fuente de inspiración musical (I)
Ecuación de Moore-Gibson-Thompson
Matemáticos fuera de la enseñanza
El lado oscuro del octógono
Concurso de Tangram
Semana Matemática

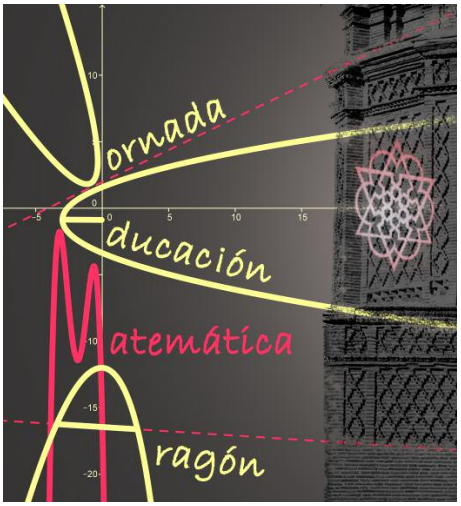
únete
a la SAPM
click

programa, se celebrará el IV Concurso de Radionovelas Matemáticas y otros dos concursos vía web para alumnos: uno de Tangram (del que ya hicimos un exitoso *ensayo* el curso pasado) y otro sobre figuras imposibles. Toda la información sobre el programa y sus distintas actividades se puede seguir en la web del mismo.

Organizaremos ¡cómo no! una nueva edición de la Olimpiada Matemática Aragonesa de 2.º de ESO. En 2017 será la XXVI edición y no estamos muy seguros de que queramos seguir creciendo en participación, porque, de seguir así, nos tememos que algún año supere nuestra capacidad organizativa.

En lo que sí que nos gustaría aumentar de manera importante la participación es en las comunicaciones presentadas a nuestra II Jornada de Educación Matemática. Está homologada como actividad de formación y, esta vez, colabora el Departamento de Educación Cultura y Deporte. Se celebrará entre la tarde del viernes 3 de febrero y la mañana del 4, casi dos años después de la primera edición. En aquella ocasión, el broche de oro lo puso la plenaria de Ángel Ramírez; aquella intervención ha adquirido ahora una nueva dimensión.

Pretendemos que esta Jornada sea un encuentro entre docentes de matemáticas tanto de Primaria como de Secundaria, un intercambio de ideas, un volvernos a encontrar y compartir alegrías y miserias de esta profesión nuestra. En este sentido, el espacio dedicado a las comunicaciones se convierte en el marco idóneo para compartir experiencias entre iguales.



La SAPM va a hacer un esfuerzo importante, tanto a nivel económico como organizativo, para que la oferta resulte atractiva tanto a los docentes de Primaria como de Secundaria. Las plenarias correrán a cargo de Carme Burguès, Miquel Albertí y Julio Sancho. Para los talleres aún nos falta algún pequeño detalle pero pensamos que la oferta es variada y muy interesante. Toda la información sobre la II JEMA y el formulario de inscripción podéis encontrarlo en la web.

Os esperamos como asistentes y como ponentes de comunicaciones.

También seguiremos poniendo en circulación este boletín, *Entorno Abierto*. Este es el número 12, es decir que hemos cumplido 2 años. Hubo gente que pensó que esta aventura no duraría mucho o que cambiaríamos la periodicidad. Ninguna de las dos cosas ha pasado y, esperamos, que se alargue en el tiempo. Para eso seguimos necesitando colaboraciones, pues el boletín nació con vocación de ofrecer a nuestros compañeros un foro en el que expresar sus ideas. Por nuestra parte intentamos que EA tenga un contenido variado e interesante. En esa línea, vamos abriendo secciones aunque sin denominarlas así especificamente. Hace ya varios números nos estamos acercando a diferentes artistas cuya obra tenga influencias matemáticas. En este número, *toca* música. También estamos buscando voces que nos hablen de los matemáticos que no se dedican a la enseñanza. Estamos muy preocupados por la falta de docentes matemáticos, pero no por ello tenemos que dejar de contar a nuestros alumnos que si estudian esta carrera tendrán otras salidas, además de la enseñanza. Como matemáticos y profesores de secundaria echamos en falta saber por los derroteros por los que circula la investigación matemática. Así que nos hemos propuesto traer artículos sobre las líneas de trabajo más recientes. Quizá nos cueste un poco entender las matemáticas que hay detrás de estos textos, o no, pero seguro que, como amantes de las matemáticas, disfrutamos de ellos. Por todo lo expuesto, confiamos que este número que llega a tu poder te resulte interesante.

Daniel Sierra Ruiz
Presidente de la SAPM

XXVII Olimpiada Matemática Nacional de 2.º de ESO

por
M.ª Ángeles Arroyo García
(IES Élaios, Zaragoza)

Si el año pasado tuvimos el honor de organizar en Aragón (concretamente en Huesca) la XXVI Olimpiada Matemática Nacional para 2.º de la ESO, este año ha sido Cantabria la sede de la nueva edición. Así, del 22 al 26 de junio, sesenta y un alumnos de 2.º ESO llegados de todo el territorio español convivieron y compartieron esta experiencia matemática. Previamente, estos alumnos habían sido seleccionados en sus comunidades respectivas tras la realización de varias pruebas convocadas por las correspondientes Sociedades de Profesores de Matemáticas.

En nuestra comunidad, la SAPM «Pedro Sánchez Ciruelo» estructuró la XXV Olimpiada Matemática Aragonesa de 2.º ESO en dos fases para la selección de nuestros tres representantes en la Nacional. La primera fase, la semifinal, se celebró el sábado 16 de abril en doce sedes repartidas por la geografía de la comunidad y acogió a 1182 alumnos de 107 centros educativos de todo Aragón. Los 109 alumnos seleccionados en la primera fase compitieron en la Final del sábado 21 de mayo en la Facultad de Ciencias de la Universidad de Zaragoza. Estas cifras dan idea del entusiasmo con que año tras año es acogida esta actividad por los profesores, los alumnos y también los padres que acompañan a sus hijos, que viven de forma especialmente intensa esos momentos de la clausura previos al nombramiento de los ganadores de la Olimpiada.

El programa de la XXVII Olimpiada Matemática Nacional incluyó una gran variedad de actividades matemáticas y lúdicas de las que cabría destacar la prueba individual que tuvo lugar en la Facultad de Ciencias de la Universidad de Cantabria el jueves 23 y la prueba por equipos del día siguiente que tuvo como marco incomparable la Península de la Magdalena. Uno de los momentos más disfrutados por todos, alumnos y profesores, fue la explicación de los propios alumnos de los métodos empleados para la resolución de los problemas de la prueba individual con una gran madurez, implicación y participación de todos ellos. Todo debía quedar bien atado por parte de los que exponían porque si no rápidamente surgían preguntas o discusiones sobre la resolución. Es una gran satisfacción para los profesores palpar en estos alumnos ese interés y placer que se siente al resolver un problema, al explicarlo, al discutir y razonar su resolución, experiencia que compartimos y que en otro tiempo nos empujó a elegir esta profesión.

También tuvimos ocasión de realizar rutas matemáticas por Santander, visitar el planetario y la tierra paralela de los jardines de Piquío. Conferencias, visita al ecoparque de Trasmiera, playa, conserveras de Santoña, recepción en el Ayuntamiento o clausura en el Parlamento de Cantabria completaron esta experiencia matemática y humana que siempre se salda con lazos de amistad.

Pero como los alumnos son los protagonistas de estos encuentros, lo mejor es concluir esta reseña con las impresiones de nuestros tres representantes aragoneses: Roberto Deacon, Tomeu Orús y Carla Ruiz.

Todos los participantes en las escaleras del Palacio de la Magdalena

Relato de Roberto Deacon Sebastián
del IES Francés de Aranda de Teruel

Para mí fue una gran sorpresa ser uno de los nombrados para representar a Aragón en la Olimpiada Matemática Nacional de 2.º ESO. Había ido a la Olimpiada Matemática de Aragón en 1º ESO y este año venía a intentar volver a conseguir llegar a la Final Aragonesa, pero esta vez también superé esta fase de la competición. Cuando fui a Santander para la Olimpiada, solo iba con la idea de pasarlo bien y hablar con gente de otros lugares. Me gustó mucho la ciudad de Santander y todos los lugares que visitamos, como la Academia Naval y su Planetario, el Ayuntamiento de Santander, el Ecoparque de Trasmiera, la conservera de anchoas, el Palacio de la Magdalena o la Tierra Paralela de los Jardines de Piquío y todas las cosas que permitía calcular (la hora del día, la fecha…). Las dos pruebas eran muy interesantes. La prueba individual, que se celebró en la Universidad de Cantabria, consistía en seis ejercicios cuyo enunciado tenía relación con Santander o Cantabria. La prueba por equipos consistía en distintos ejercicios que teníamos que hacer en varios grupos y que eran repartidos por profesores distribuidos por la Península de la Magdalena. El último día, fuimos a visitar el Parlamento de Cantabria, donde tuvimos una conferencia y una agrupación instrumental antes de la entrega de premios. Volví muy contento pese a no haber ganado nada.

Participación aragonesa con las autoridades en la clausura del Parlamento de Cantabria. De izquierda a derecha Roberto, Tomeu y Carla

Relato de Tomeu Orús Berenguer
del IES Bajo Cinca de Fraga

Durante la olimpiada lo pasé muy bien. Varios días antes ya estaba bastante ilusionado con ir. Tal vez el viaje se hizo un poco largo, pero eso fue lo de menos. Ya en Santander hice muchos amigos, con los que todavía sigo en contacto; y aunque no llegué a ganar nada, valió la pena. De hecho, creo que, si preguntara a cualquiera de los que estuvo allí, probablemente me diría lo mismo. Y finalmente quiero agradecer a todos los profesores que participan organizando esto y haciéndolo posible, así como decir que creo que está muy bien que esto se haga todos los años para que en adelante muchos más jóvenes puedan pasarlo tan bien como lo pasé yo.

Relato de CARLA RUIZ PARDOS
del IES Ramón Pignatelli de Zaragoza

Me emocioné mucho cuando comunicaron que iba a representar a Aragón en la Olimpiada Matemática Nacional, pero fui pensando que sería algo aburrido.

Para mi sorpresa me lo pasé muy bien e hice muchos amigos con los que me entendía estupendamente y me encantó la diversidad de acentos ya que algunos me resultaban muy divertidos.

El día del examen no estaba muy nerviosa ya que no tenía nada que perder y desde mi punto de vista ya había ganado esta experiencia.

Cuando me puse nerviosa fue después del examen ya que nos pusimos a comentar los problemas y no estaba segura de si lo mío estaría bien o mal. Más tarde, resolvimos los problemas y me di cuenta de que no tuve todo bien por lo que se me fueron los nervios y disfruté del viaje y de la gente.

También me ha servido mucho esta experiencia para conocer otra faceta de las matemáticas y disfrutarlas más de una manera más entretenida y divertida.

Quiero finalizar agradeciendo a los que han hecho posible todo esto ya que he ido a un planetario, al ayuntamiento..., y sobre todo he hecho amigos y es lo mejor que me llevo.

Simplemente gracias.

El Taller de Talento Matemático

por

Fernando de la Cueva Landa

(IES Parque Goya, Zaragoza)

En 2004 se fundaba la Asociación Taller de Talento Matemático de Aragón para dar soporte al desarrollo de la actividad Taller de Talento Matemático (TTM) y a la organización de la Fase Aragonesa de la Olimpiada Matemática Española.

Desde ese año, y ya van doce, un grupo de más de 1500 estudiantes y 50 profesores, entusiastas de las Matemáticas, han desarrollado el TTM. Celebran sesiones cada dos o tres viernes. En ellas, jóvenes de 13 a 18 años se encuentran con otros aficionados a las Matemáticas de su misma edad. Su objetivo es disfrutar de aspectos y enfoques que normalmente no se pueden ver (por falta de tiempo) en las aulas de sus centros: perspectivas fascinantes que hacen salir a la superficie lo mejor de sus buenas cabezas. A diferencia de otros proyectos de este tipo, no se hace ninguna selección de los asistentes ni se exige continuidad. La actividad es completamente gratis («lo mejor de la vida es gratis») y está dirigida a todo estudiante con interés por las Matemáticas, así como a los profesores voluntarios que quieran unirse. Las sesiones están en <http://www.unizar.es/ttm>.

La labor del TTM tiene como fin el disfrute de las Matemáticas mediante la resolución de problemas. En definitiva, una forma de preparar a los adolescentes aragoneses para resolver mediante la lógica y la razón otros problemas que se encontrarán a lo largo de sus vidas. Una forma de EDUCAR por medio de las Matemáticas.

La situación que inspiró el TTM

Los adolescentes normalmente no se divierten con las Matemáticas. Las ven como una empinada montaña que tienen que escalar si quieren obtener su título para acceder a la universidad o a una formación profesional. Las Matemáticas (casi siempre por falta de tiempo) suelen ser en nuestro sistema educativo una mera colección de fórmulas, más o menos comprendidas, que deben utilizarse como recetas en cada caso.

La gran variedad de capacidades de los alumnos de las clases y la necesidad de atender a todos ellos, ha sido casi siempre mal interpretada en el sentido de una «reducción de niveles curriculares», para que todos los estudiantes puedan alcanzar unos mínimos. Alumnos que tienen especial interés y aptitudes, son relegados y se ven abocados a desarrollar tareas rutinarias que poco a poco les van desmotivando. Muchas veces pasan inadvertidos o son tomados por malos estudiantes.

Si el talento matemático no se estimula y educa específicamente por medio de programas especiales, tan solo los alumnos que disfruten de una atmósfera incentiva en su familia acabarán desarrollándolo.

Los jóvenes prefieren aprender las cosas descubriéndolas por sí mismos, en lugar de estudiarlas como unidades cerradas en sus libros. Les gustan los profesores con auténtico interés por su asignatura y que transmiten y contagian su entusiasmo. Disfrutan con las experiencias en las que pueden participar activamente y que les dan la oportunidad de investigar entre amigos y desarrollar sus propias técnicas para resolver problemas.

Taller de Talento Matemático

Asociación TTM de Aragón

www.unizar.es/ttm

Los adolescentes especialmente dotados para las Matemáticas son considerados normalmente como *bichos raros* entre sus propios compañeros. Necesitan coincidir con otras personas de su misma edad y afición; un espacio vital donde expresar y manifestar sin complejos su especial capacidad. Hay muchas actividades extraescolares: deportes, música, pintura, baile..., pero ¿qué puede hacer un adolescente a quien le gustan las Matemáticas?

Todo esto justifica emprender experiencias que permitan que estos talentos no se pierdan. No hay que pensar que preocuparse de estos chicos es elitista o segregador. Normalmente solo los jóvenes que tienen una situación cultural privilegiada en sus familias acaban desarrollando por sí mismos su talento matemático. Por esta razón, el Taller permite a otros estudiantes que no disfrutan de un entorno privilegiado desarrollar igualmente sus capacidades. Podemos decir que el TTM *contribuye a democratizar* las Matemáticas.

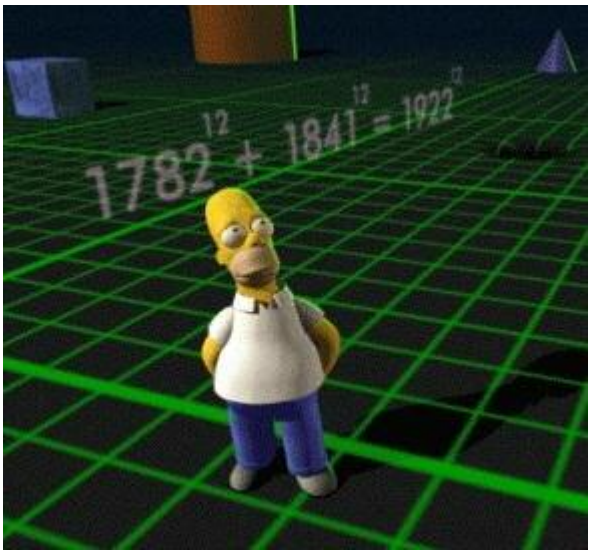
La actividad

Investigar en Matemáticas ha sido durante la juventud una posibilidad inimaginable para la mayoría de los que ahora son adultos. Ya no es así. El adolescente con gusto por descubrir y crear en la Ciencia de Pitágoras tiene cauces para desarrollar su afición. La Sociedad Aragonesa de Profesores de Matemáticas desarrolla cada año la fase aragonesa de la Olimpiada Matemática de 2º de ESO. El TTM se encarga de dar continuidad, acogiendo con la ayuda del Departamento de Matemáticas de la Universidad de Zaragoza a los estudiantes de 13 a 18 años. El catedrático de álgebra Alberto Elduque, es creador junto al que suscribe del fecundo puente tendido entre ambos niveles educativos, haciendo posible que profesores de la universidad y de enseñanza secundaria abran ventanas a la imaginación y creatividad de los más jóvenes, revelando aspectos excitantes e insospechados de las Matemáticas. Esta actividad se ve acompañada por otras competiciones como el Canguro Matemático Internacional, el desgraciadamente ya desaparecido Rallye Matemático sin Fronteras y todo tipo de concursos de resolución de problemas en colegios e institutos.

El proyecto

Es viernes. A los padres de Jorge y Luis no les importa viajar a Zaragoza desde Ejea (70 km). El más joven de los hermanos se encuentra intrigado porque ese día toca para 3.º de ESO *Nuevas Geometrías.* Nada más comenzar, está sorprendido. Tiene en sus manos una naranja atravesada por tres bastoncillos y se ve conmocionado ante el hecho de que los tres ángulos del triángulo que acaba de dibujar sobre el cítrico no suman 180° sino ¡270°! El mayor de los hermanos asiste a una sesión práctica de Teoría de Grupos, para los de bachillerato. Guiado por Ángel, experto en el tema, recorre la Zaragoza mudéjar en busca de los diecisiete grupos de simetría del plano.

Enrique viene desde Utrillas (90 km). En 4.º de ESO se dedican hoy a resolver jugadas de ajedrez por medio de las Matemáticas (¿pero puede haber alguna relación?). Manuel, el profesor, les habla de un tal Euler y de un cierto Gauss... Dos semanas después, Cristina, veterana de segundo año, comenta con Yasmine que la sesión del día es muy interesante. Se trata de *Magia y Matemáticas.* El Gran Alexander sorprende una vez más con un fantástico número de predición aritmética y otro de nudos topológicamente inexistentes. Y lo mejor: ¡explica cómo lo hace! Cuando crezcan podrán contar a sus hijos que



en su juventud tuvieron la suerte de presenciar cómo Don José Garay escribía de memoria en la pizarra, gracias a su famosa *Pi-Sinfonía*, las mil primeras cifras del ubícuo número trascendente... ¡Y de oírlas! La apoteosis llega con Matemáticas y Cine, espléndida selección de cortes cinematográficos y de televisión que presenta José María, explorador de Matemáticas ocultas en películas, series de TV o hasta dibujos animados: Homer Simpson se permite contradecir a Pierre de Fermat y Andrew Wiles con la sorprendente *igualdad* $1782^{12} + 1841^{12} = 1922^{12}$ («demostrable» con calculadora).

A principio de curso se informa por correo electrónico a los centros educativos de Aragón convocando a todos los estudiantes con interés por las Matemáticas, así como a los profesores que se animen como colaboradores.

Los ponentes están satisfechos con el resultado: el placer de la resolución de problemas y un enfoque lúdico y muy científico de las Matemáticas. En definitiva un modo de preparar a los adolescentes aragoneses para resolver con la razón y la lógica otros problemas a los que tendrán que enfrentarse a lo largo de sus vidas. EDUCAR por medio de las Matemáticas.

Los estudiantes cuentan personalmente que su experiencia es muy gratificante. La mayoría reconoce el privilegio de encontrarse en un ambiente cómodo, al estar con personas delante de las cuales no tienen que ocultar su interés por las Matemáticas, haciendo nuevos amigos y disfrutando en común con la misma afición. Para todos son razones más que suficientes para seguir con el proyecto.

La proyección internacional del TTM se plasma día a día en las consultas y visitas de su página URL que desde multitud de países (sobre todo de habla hispana) se vienen haciendo desde su fundación. Muchos son los profesores que escriben agradecidos por el magnífico material que se pone a libre disposición en la web. El TTM se presentó en sociedad a nivel internacional en el 9.º Congreso Internacional de The Mathematics Education into the 21st Century Project celebrado en la University of North Carolina, Charlotte (USA), del 7 al 12 de septiembre de 2007. La ponencia del TTM fue acogida con entusiasmo. Las preguntas e intervenciones posteriores a la exposición demostraron el interés que profesores de más de 20 países tenían por el proyecto.

El 11 de marzo de 2015 el TTM tuvo el honor de recibir el VIII Premio José María Savirón de Divulgación Científica.

VIII Premio JOSÉ MARÍA SAVIRÓN de Divulgación Científica

El Jurado ha resuelto conceder el Premio del año 2014, en la modalidad Comunidad Autónoma de Aragón, a

Taller de Talento Matemático

por su meritoria labor de promoción de la Ciencia en la Sociedad.

Zaragoza, a 27 de noviembre de 2014

Presidente del Jurado, Secretaria del Jurado,

Gustavo Adolfo Cabezón Concepción Abiles

El TTM abre su XIII temporada el viernes 21 de octubre de 2016. Para inscribirse, sin compromiso: <http://www.unizar.es/ttm/inscripcion.html>.

No sería justo terminar estas líneas sin recordar que el TTM es la herencia y legado de la labor desarrollada por los añorados profesores D. Guillermo Dorda y D. Juan Antonio Caballero. A ellos nuestro más sincero agradecimiento póstumo.

Congreso Bienal RSME 2017 Zaragoza (I)

por

Pedro J. Miana y Raquel Villacampa

(Instituto Universitario de Matemáticas y Aplicaciones-Universidad de Zaragoza;
Centro Universitario de la Defensa-Instituto Universitario de Matemáticas)

El próximo Congreso bienal de la Real Sociedad Matemática Española, RSME 2017, se celebrará en Zaragoza del 30 de enero al 3 de febrero del año 2017 en la nueva Facultad de Educación en el Campus Plaza San Francisco de la Universidad de la Zaragoza.

El objetivo principal del Congreso es presentar y debatir la investigación reciente realizada por los matemáticos españoles, en un ambiente relajado, agradable y estimulante. Se busca establecer, potenciar y estrechar los lazos de colaboración entre colegas que compartan intereses comunes.

Desde sus últimas ediciones (Ávila (2011), Santiago de Compostela (2013) y Granada (2015)), los congresos bienales de la RSME se han convertido en el mayor foro de investigación de matemáticos que se organiza periódicamente en España y al que acuden no solo investigadores españoles sino también de otros países europeos. Para esta edición, se estiman entre 400 y 450 asistentes.

Aprovechando este evento se organizarán una serie de actividades paralelas, abiertas al público interesado en las matemáticas y su importancia social. Estas iniciativas incluirán mesas redondas, conferencias a cargo de divulgadores nacionales, exposiciones, monólogos de humor, e incluso conciertos y espectáculos de magia. Parte de estas actividades se desarrollarán en el Edificio Paraninfo de la Universidad de Zaragoza y en el Edificio Patio de la Infanta en colaboración con Ibercaja Obra Social.

Estas actividades, al igual que el congreso, están organizadas por matemáticos de la Universidad de Zaragoza. Así el Presidente del Comité Organizador del Congreso RSME 2017 es Juan Ignacio Montijano, director del Instituto Universitario de Investigación en Matemáticas y Aplicaciones (IUMA) de la Universidad de Zaragoza. Asimismo el Presidente del Comité Científico es Jesús Bastero, catedrático de Análisis Matemático y miembro de la Real Academia de Ciencias de Zaragoza.

En este primer artículo dedicado a este congreso nos centraremos en la parte científica y de investigación del congreso. En la página web <eventos.rsme.es/go/zgz2017> se puede encontrar información detallada de este congreso y conexiones a sus actividades satélites. La dirección electrónica de contacto es <rsme2017@unizar.es> donde se puede solicitar información específica sobre el encuentro.

Programa científico: conferencias plenarias y sesiones

El Comité Científico ha invitado a 11 conferenciantes plenarios a participar. Destacamos que Martin Hairer fue uno de los galardonados con la prestigiosa Medalla Fields en 2014. Asimismo, como viene siendo tradicional, los dos últimos ganadores de los premios «Rubio de Francia» Nuno Freitas (2014) y Roger Casals (2015) también intervendrán como conferenciantes plenarios.

Se han aceptado 26 sesiones paralelas que abarcan todas las áreas de las matemáticas: Matemática Aplicada (6); Análisis Matemático (5); Álgebra (4); Estadística e Investigación Operativa (4); Geometría y Topología (3) y Didáctica (1). También se han aceptado sesiones paralelas dedicadas a la interconexión entre matemáticas y otros campos del conocimiento que despiertan gran interés: Divulgación, Innovación y tecnología e Informática.

Participaciones e inscripciones de profesores de enseñanza no universitaria

Las personas interesadas en presentar comunicaciones en este congreso tienen a su disposición dos tipos de iniciativas. Pueden ponerse en contacto con el organizador de cada sesión para mostrar su disponibilidad. Alternativamente pueden presentar una ponencia en formato de póster (siguiendo las instrucciones que aparecen en la página web) al Comité Científico antes del 30 de octubre de 2016 en la dirección <rsme2017@unizar.es>.

La entrada a las sesiones propias y actividades satélites del congreso son gratuitas. Se esta negociando con el Departamento de Educación, Cultura y Deporte del Gobierno de Aragón para que la asistencia controlada sea reconocida con créditos de formación del profesorado. Se han aprobado cuotas de inscripción reducidas para estudiantes y profesores no universitarios que favorecen la participación. También se hará un llamamiento especial para crear un grupo de voluntarios del congreso que ayuden en diversas tareas propias del congreso.

Acto central, 1 de febrero de 2017, Edificio Paraninfo

El acto central del congreso tendrá lugar el miércoles 1 de febrero en la sala Paraninfo de la Universidad de Zaragoza. La presidencia de la mesa correrá a cargo del Rector de la Universidad de Zaragoza, José Antonio Mayoral. Le acompañarán la Consejera de Investigación, Innovación y Universidad, Pilar Alegría y el alcalde de Zaragoza, Pedro Santisteve.

En este acto se entregarán los Premios Rubio de Francia y las Medallas de la RSME a los ganadores en sus últimas ediciones siendo otorgados ambos por la Real Sociedad Matemática Española. Una de estas medallas ha recaído en nuestra compañera del Departamento de Matemáticas de la Universidad de Zaragoza, Mayte Lozano Imízcoz. Posteriormente se visitará la exposición Zoel Garcia de Galdeano: un legado del progreso matemático español que muestra el legado bibliográfico y humano del segundo presidente de la R.S.M.E. y Catedrático de la Universidad de Zaragoza y que forma parte de las actividades que conmemoran el centenario del nombramiento de D. Zoel como segundo presidente de la RSME. A continuación tendrán lugar las conferencias invitadas de Martin Hairer y Nuno Freitas en el Aula Magna del Edificio Paraninfo.

En la continuación de este artículo en el próximo número de Entorno Abierto, expondremos brevemente las actividades divulgativas y sociales satélites. Invitamos cordialmente a cualquier interesado a participar en todas ellas, ayudándonos a que sea un éxito compartido este gran evento matemático.

La matemática como fuente de inspiración musical (I)*

por
Carlos Satué

Desde Pitágoras hasta nuestros días en realidad la música y las matemáticas han ido de la mano siempre. Hay periodos históricos en que lo han hecho de forma más evidente que otros, pero incluso en los que parecen estar alejadas, el manejo más elemental de escribir una composición musical requiere de básicas condiciones metodológicas que involucran la matemática. Sin embargo, no es lo mismo utilizar matemática básica para calcular el tiempo, las secciones, u otros requerimientos compositivos elementales, que el inspirar la propia música en procedimientos matemáticos que nos parecen hermosos por si mismos y que deseamos que se manifiesten a través del resultado musical. Y es aquí, desde mi punto de vista, donde quizá haya una gran línea histórica: estoy hablando de I. Xenakis <http://www.iannis-xenakis.org>. A pesar de presencias anteriores de elementos matemáticos (como el número áureo y muchas otras proporciones, algún juego de aleatoriedad y otros), con Xenakis se da un salto cualitativo en donde la belleza *per se* de los procesos matemáticos se enraiza en las composiciones musicales como nunca antes se había dado. Es a partir de esta línea de búsqueda a la que se incorpora quien fue mi mentor Francisco Guerrero, muerto prematuramente a los 47 años, quien me introduce en este maravilloso mundo del cual ahora sé que nunca voy a poder salir.

Uno de los primeros problemas al que nos enfrentamos es como matematizar el espacio musical. Tal como lo hizo Xenakis, Guerrero y muchos otros, se vieron en la necesidad de constatar gráficamente los procesos aritméticos de cálculo de forma que la intuición musical del compositor pudiese ver los resultados de una forma más cercana a la percepción humana y no en extensas listas de números. Tampoco es posible percibir este tipo de procesos directamente en el lenguaje musical tradicional y es por ello que la transcripción a esta grafía solo se hará al final de todos los procesos. Muchos de estos autores, y yo mismo, utilizamos el papel milimetrado (primero en forma real y ahora en virtual a través de las simulaciones por ordenador). El papel milimetrado lo podemos ver como un plano de coordenadas cartesianas donde se nos permite evaluar la evolución del discurso musical en sus diversos parámetros. Habitualmente, la duración de las notas como parámetro X (abscisas); aquí tenemos en cuenta el comienzo de cada nota (que lo llamamos impacto) y su duración (desde donde comienza hasta donde termina) siendo así que una determinada obra tiene toda su duración plasmada en un determinado dominio de X. Cada cuadrado del milimetrado conforma una unidad mínima; se trata de un espacio discreto de números enteros y cuando se efectúan cálculos con reales el resultado debe siempre redondearse a la posición entera más cercana.

Lo que se denomina alturas o nombre de las notas se trabaja como parámetro Y (ordenadas) encontrándonos con el mismo problema de redondeo que en las duraciones. Para las alturas se utilizan temperamentos de 1/4 de tono, lo que nos da 24 espacios por octava y no 12, como en un sistema tradicional. El trabajo con 1/4 de tono permite aproximar mucho más los resultados musicales a los matemáticos. Es muy difícil ir más allá de los 1/4 de tono en la praxis interpretativa debido a la imposibilidad de los instrumentos para producir estas alturas, así como los propios límites de percepción del ser humano. El dominio de Y es muy limitado, se utilizan habitualmente 127 valores (aunque este espacio es mucho mayor que el que puede dar una orquesta sinfónica); por otro lado 127 está basado en el límite que ofrece el sistema *MIDI* (abreviatura de *Musical Instrument Digital Interface*) disponiendo así de todo el ámbito de alturas que puede ofrecernos la música electrónica y por ello, aunque muy estrecho matemáticamente, este espacio es suficiente para la aplicación musical.

Las dinámicas (las intensidades de sonido) habitualmente se trabajan como parámetro Z y su recorrido se equipara al de las alturas (desde 1 a 127), sin embargo la percepción humana de las mismas es más limitada que la de las alturas. El dominio es dividido por un número pequeño de espacios (habitualmente 10) confeccionando así una paleta de lo que denominamos expresiones dinámicas y que en el ejemplo de 10 divisiones van desde *pppp*...

hasta *ffff* y aunque no es lo mismo *ffff* de valor 125 que *ffff* de valor 127, en la práctica no hay posibilidad de precisar como sucede con las alturas.

Tal como vemos, los distintos parámetros musicales comentados conforman un espacio 3D al que va a ser fácil aplicar cálculos con operadores matemáticos y así obtener transformaciones que de nuevo son devueltas al ámbito musical.Los parámetros musicales comentados son los básicos, pero podemos establecer otros más, tales como distribuciones instrumentales (qué instrumentos tocan y cuales callan), colores que indican pertenencia a un determinado material (a una determinada naturaleza de objeto), etc. Con ello confeccionamos mapas 3D (o de diferentes dimensiones) que se pueden intercambiar, superponer o someter a diversos cálculos.

No hay reglas claras para trabajar una obra. Normalmente suelo buscar en lo que se denomina materiales y que son: objetos, procedimientos o mejor, abstracciones que conforman una naturaleza propia. Tan material es el tema de la Quinta de Beethoven como una matriz que transforma un conjunto de puntos de partida bajo unas determinadas condiciones que se desarrollará y dará coherencia al conjunto. La pertenencia a un determinado material se suele representar gráficamente mediante colores.Es en esta fase donde la belleza de la geometría tiene un papel decisivo y lo que me provoca y me hace buscar las mejores relaciones posibles entre lo que sucede matemáticamente y lo que es posible musicalmente.

Una vez que he encontrado materiales que se comportan bien para el conjunto de instrumentos a los que va destinada la obra, trato de jerarquizar procesos y estructuras de forma que voy caminando desde lo global hacia lo local, ya que este tipo de obras es más fácil abordarlas desde fuera hacia dentro. La gran obsesión es establecer el mayor número posible de vínculos y cohesiones entre los materiales constituyentes y es ahí donde me atrevería a decir que reside la calidad de cualquier obra. En realidad la búsqueda de estas conexiones entre los elementos constituyentes es muy vieja. Se ha soñado mucho con hacer una pieza donde cada elemento que la conforma sea igual al total de la misma. La matemática ha ofrecido un maravilloso camino para atrapar esta quimera: los fractales.

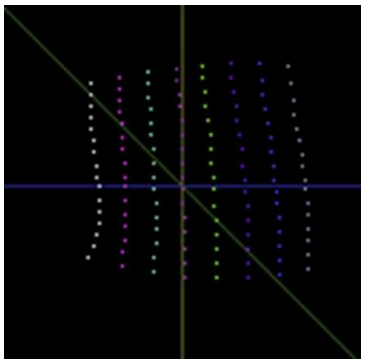
Un fractal es una figura geométrica compuesta por fragmentos en una infinita variedad de tamaños, tales que cada uno de ellos es una copia reducida del total (la parte contiene al todo). Decimos que los fractales son autosimilares o independientes de escala cuando hacemos referencia a esta propiedad y otra interesante característica es que tienen dimensión fraccionaria, lo que les excluye de la geometría euclídea. En general, los fractales están caracterizados por la presencia de infinito detalle, longitud infinita y la ausencia de suavidad o derivabilidad. Los fractales son la geometría adecuada para las formas irregulares de la Naturaleza.

Desconozco si Xenakis exploró musicalmente algo de este mundo, para mí fue Guerrero uno de los primeros que abordó esta aventura y lo hizo sobre todo con la utilización del movimiento Browniano. Yo fui introducido poco a poco en los fractales primero de la mano de Guerrero y después compartiendo experiencias y admiración por estos objetos y su comportamiento musical junto a Carlos Frías con el que todavía seguimos escribiendo software conjuntamente para poderlos tratar como entes musicales.Tras largo tiempo trabajando con fractales, uno se da cuenta que la quimera sigue ahí: los resultados son espectaculares, pero los límites de los propios instrumentos hacen imposible la transcripción perfecta del resultado de cálculo sin sufrir adaptaciones. Por un lado no hay otro camino y solo en determinadas ocasiones, tras mucho estudio de los objetos, se roza lo que ansiamos. En su aplicación a la música topamos rápidamente con la necesidad de pararnos tras muy pocas iteraciones del proceso, puesto que la enorme cantidad de material que recogemos resulta inviable; esto sucede con todos los tipos de fractales con los que he experimentado.

A continuación mostraré unos pocos ejemplos donde la matemática ha sido la gran transformadora o generadora de procesos musicales en mis obras.

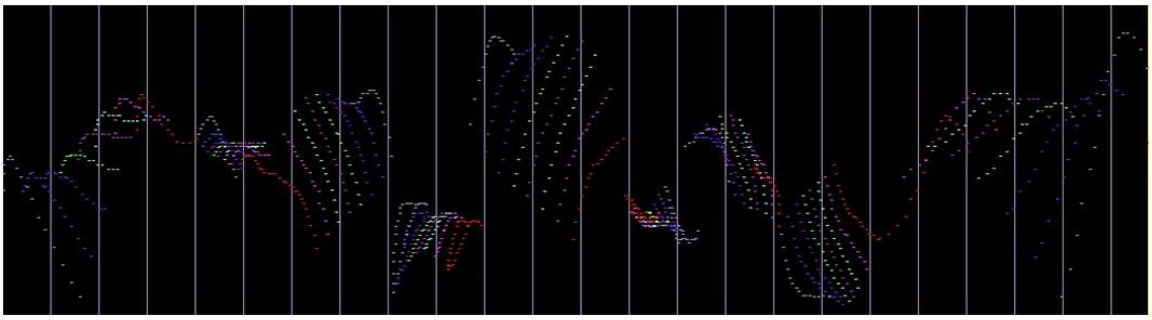
Ejemplo de tratamiento de objetos musicales a través de transformaciones 3D

Las transformaciones 3D que resulta ser algo básico y elemental en diseño gráfico y otras disciplinas es algo que no es muy utilizado en el ámbito musical.El ejemplo que sigue utiliza como material de partida un *Nurbs* (acrónimo ingles de *non uniform rational B-spline*) de 8 líneas con 16 puntos cada una (en música no es posible manejar cantidades ingentes de material como en el diseño gráfico; pensemos que un tema de Bach podría ser de 10 notas que aquí



transcribiríamos a 10 puntos) generado en este caso por terceras partes y tratado en un espacio 3D mediante la utilización de la función *3D Work-station* del programa *Campos*© escrito por Carlos Frías y Carlos Satué.Este *nurbs* va a ser uno de los materiales constituyentes en el primer cuarteto correspondiente al ciclo de cuartetos de cuerda *Extraña espiral de luz*.

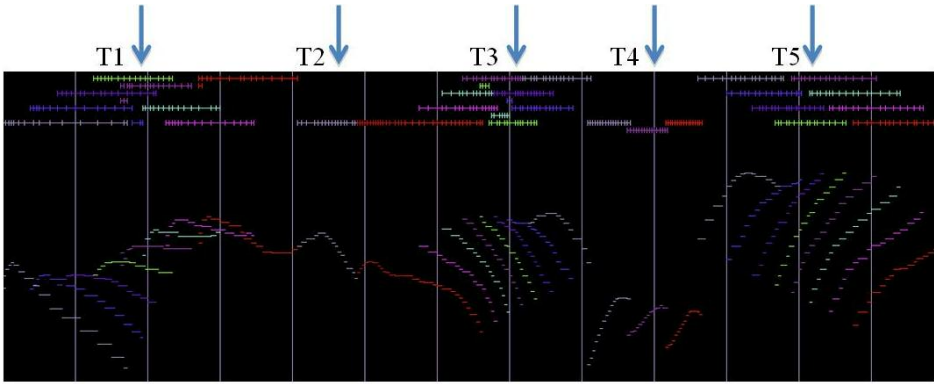
La primera sección del cuarteto contempla 9 transformaciones basadas en rotaciones[1] del objeto de partida y posteriores reescalados en base a acotaciones previas. Recordamos aquí que este tipo de procesos no son conmutativos, por lo cual el orden de las transformaciones parciales es importante. La imagen que sigue muestra las 9 transformaciones, comprimidas en el parámetro *X* multiplicándolo por 0.5, para que pudiesen caber todas en una sola imagen (la línea de puntos original de color amarillo en las transformaciones ha sido cambiada a rojo por consideraciones que aquí no vamos a comentar). Las líneas verticales que recorren de arriba a bajo la imagen representan espacios temporales (compases desde el punto de vista musical).



Continuando con el ejemplo, aunque esta vez ya con destino a la pieza musical y en escala 1, mostramos solo las 5 primeras transformaciones. Se trata de una imagen superpuesta donde el mismo resultado es visto de dos formas distintas. En la parte alta vemos como ha sido distribuido el resultado entre los distintos instrumentos. Las líneas horizontales 1 y 2 corresponden al violín primero, la 3 y 4 al violín segundo la 5 y 6 a la viola y la 7 y 8 al violoncelo. En este mismo espacio superior podemos apreciar las duraciones de las notas ya que están separadas por pequeñas líneas verticales. Mediante el color podemos seguir a quién ha sido atribuida cada línea de puntos del *nurbs*. Las transformaciones 1, 3 y 5 aparecen completas y las 2 y 4 solo con algunas líneas del modelo ya que solo toca el violoncelo.

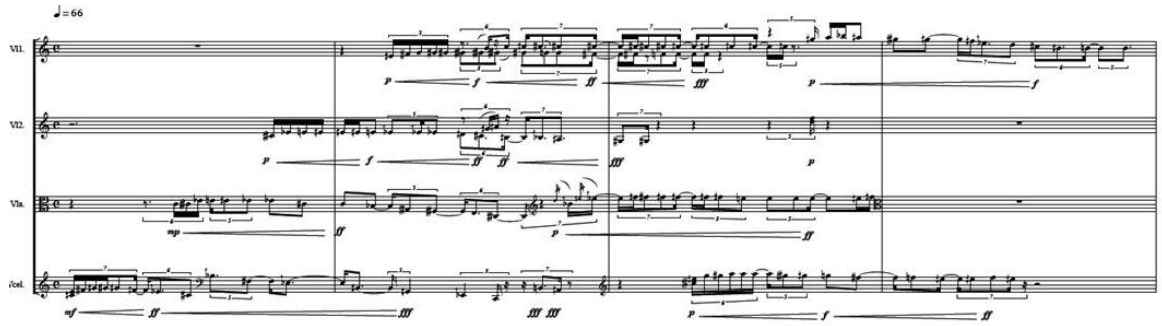
La parte inferior de la imagen muestra duraciones, alturas y colores, y viene a ser la transformación geométrica tal como surge del proceso,correspondiendo las alturas a las ordenadas y el tiempo a las abscisas. La profundidad, aunque no la plasmamos puesto que esta representación está en 2D, existe, y la podríamos ver indirectamente mediante colores que indicasen profundidad, o bien con pequeñas expresiones dinámicas como las comentadas anteriormente. En todo caso quiero decir que en la conversión a lenguaje musical tradicional son tenidas en cuenta las 3 coordenadas y,como veremos, aparecen en la imagen que corresponde a la partitura.

La distribución de cada línea del *nurbs* transformada debería ser asignada de forma completa a un instrumento, sin embargo ello no ha sido posible en todas las transformaciones, bien debido a la superposición excesiva de puntos en una misma posición de X (dominio temporal) o bien por ser absolutamente impracticable para el instrumento al que se destina. En estos casos, dado que aquí tiene prioridad el objeto resultante sobre otras consideraciones, se procede al reparto de los puntos de dichas líneas entre varios instrumentos. Podemos ver que la T5 está libre de superposiciones y el reparto se ha hecho conforme a lo deseado.



Cuando un instrumento debe asumir varias líneas del *nurbs*, los valores de las dinámicas pueden entrar en conflicto, ya que en ciertos instrumentos no es posible tocar *fff* y *ppp* en el mismo punto y ello obliga a la toma de decisiones prácticas que alejan el resultado musical del ideal matemático.

Seguidamente se muestra la transcripción a lenguaje tradicional de la T1. Obsérvese que corresponde a los 4 primeros compases mostrados en la imagen anterior. El primer pentagrama corresponde al violín 1y funde en un solo sistema, aunque en dos capas, las antiguas líneas 1 y 2 (plicas arriba y plicas abajo), las líneas 3 y 4 se funden en el pentagrama 2, correspondiente al violín 2, las 5 y 6 en el 3, correspondiente a la viola y las 7 y 8 en el 4, correspondiente al violoncelo.



En este caso hemos utilizado como modelo un *nurbs*, pero podríamos hacer transformaciones 3D de un material de Bach o de cualquier objeto tomado como un conjunto de puntos.

A continuación voy a mostrar unos pocos ejemplos de aplicación de fractales en mi música. Se trata de fractales clásicos que pueden ser tratados musicalmente desde muchos puntos de vista.

Se recomienda al lector que tenga interés en este tema que visite la siguiente dirección:

<http://www.matematicalia.net/index.php?option=com_content&task=view&id=324&Itemid=197>

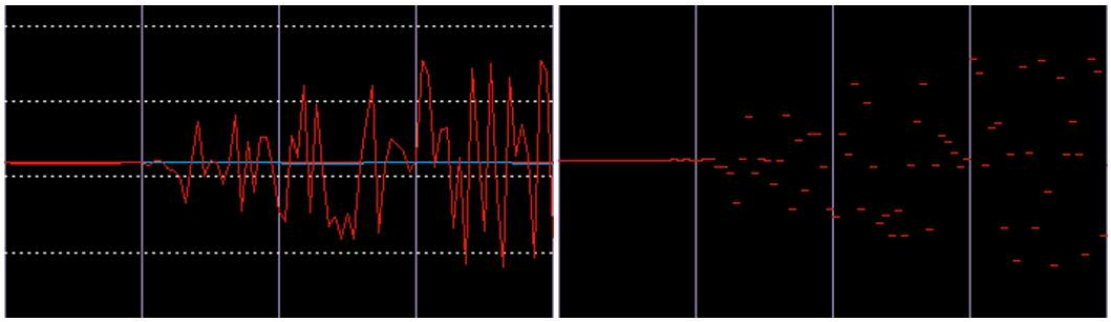
allí podrá comprender algunas de las forma de trabajo con estos objetos en relación con su aplicación a mi música tal como los he ido tratando a lo largo del tiempo.

Ejemplo tratado a partir de Movimiento Browniano

El movimiento Browniano es un fractal de tipo aleatorio con autosimilitud estadística. Puede abordarse de muy diferentes formas, pero en primer lugar quisiera comentar que es un fractal extraordinariamente versátil para la música contemporánea, pues ha sido probado en muchas ocasiones con muy buenos resultados. Para este ejemplo su cálculo ha sido hecho a través de la función *Brownian motion Guerrero-Guillen* del programa *Campos*© (Frías y Satué). En dicha función se trabaja en una sola dimensión y se aplica a las alturas (ordenadas / *Y*). Primeramente determinamos el espacio temporal a operar (abscisas / *X*), a continuación establecemos límites de acción en dicho territorio de los dos parámetros que prioritariamente controlan el algoritmo: se trata del exponente de *Hurst* y de *Sigma*. El exponente de *Hurst* en este algoritmo marca la tendencia y la agresividad en el cambio de dirección; sus valores van desde 0 a 1, de forma que con 1 no habría cambio de tendencia y el resultado sería plano en torno a lo que denominamos guía y que se trata de una curva quecondicionael proceso (esto es un artificio del algoritmo para que el resultado sea musicalmente *controlable*); en realidad es como un 0 en *Y* que puede cambiar de posición a medida que avanza el cálculo. *Sigma* es una unidad de dispersión que consiste en la raíz cuadrada de la varianza y que en el algoritmo sirve para controlar la dispersión del resultado.

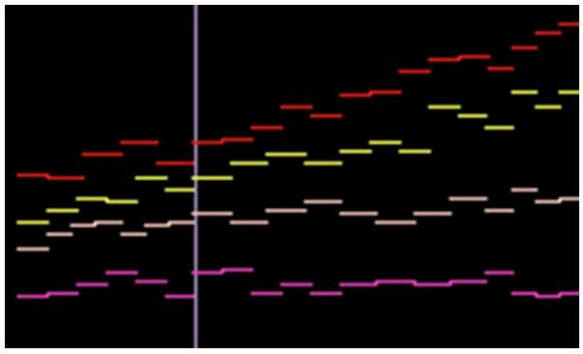
La imagen que sigue muestra un ejemplo donde cada línea vertical marca la influencia de estos parámetros comentados. La función del programa ofrece dos variantes del algoritmo: en la primera, la guía no tiene más influencia que sobre el punto X de inicio y a partir de aquí la tendencia la va llevando *Hurst* únicamente; en la segunda, la guía influye en cada posición de X que avanzamos. El ejemplo que sigue ha utilizado la segunda variante del algoritmo. Los cuatro espacios tienen un *Sigma* de 5 (este valor en sí no nos dice nada, por ello está modulado por un escalar de forma que los resultados obtenidos se acerquen a lo deseado). En el primer tramo tenemos

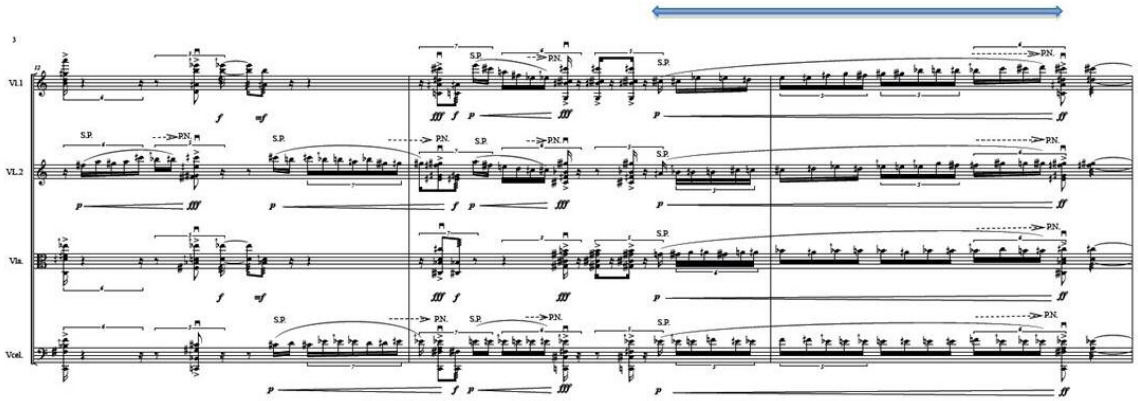
un *Hurst* de 1 y por ello el resultado es el propio valor de la guía (en este caso, plano), el segundo espacio 0.75, el tercero 0.5 y el 4 con valor 0.25. Podemos ver cómo el movimiento de los puntos es más agresivo a medida que *Hurst* tiende a 0. La imagen de la derecha muestra los puntos recogidos para el espacio musical.



Se ha de tener en cuenta que cada vez que actúa el algoritmo cambia el resultado, lo único que conservamos son los valores de *Sigma* y *Hurst* que mantienen la colección de puntos dentro de, por así decir, unas cotas de actuación.Para concluir, decir que musicalmente es interesante por el continuo cambio de valores, y aunque no tenemos control sobre la nota resultante sí podemos orientarla mediante la guía, *Sigma* y *Hurst* (además de otros parámetros no comentados aquí) hacia registros que deseamos. El resultado siempre tiene un tipo de sonoridad especial que la persona experta reconoce rápidamente.

A continuación se muestra un tramo del cuarteto 5 del ciclo *Extraña espiral de luz* donde se puede ver en rojo la curva browniana del violín 1, en amarillo la del violín 2, en beige la de la viola y en fucsia la del violoncelo y debajo tenemos la transcripción a lenguaje tradicional musical donde con unsegmento azul indicamos el espacio browniano.[2]





* Debido a la extensión del presente escrito, el artículo se ha partido en dos tramos. Se muestra el primero en este número de *Entorno Abierto* de septiembre dejando el segundo para el de noviembre.

1 Las distintas rotaciones se hacen en una pizarra virtual 3D y una vez concluidas se trasladan a la posición temporal correspondiente. Este proceso matemáticamente puede abordarse de muchas formas, con las fórmulas tradicionales en cada eje de rotación, o mejor utilizando cálculo con matrices.

2 Cada horizontal de cada color corresponde a una unidad mínima o lo que sería un cuadrado de milimetrado o una posición discreta del dominio temporal. Aquí no hay correspondencia exacta entre cada posición de X de las distintas curvas y es porque la imagen muestra el resultado sometido a pequeñas perturbaciones temporales que no vamos a considerar en el actual escrito.

El espacio que se encuentra debajo del segmento en los cuatro sistemas musicales tradicionales corresponde a la transcripción musical de la imagen previa.

Ecuación de Moore-Gibson-Thompson

por
LUCIANO ABADÍAS
(Universidad de La Rioja)

Históricamente, los modelos de flujo termoviscoso de fluidos comprensibles se basan en las leyes físicas clásicas de la conservación de masa, de conservación del momento, de conservación de energía, de conservación de estado no isentrópico, y la ley de Fourier para el flujo del calor. Esta última implica una paradoja, que el calor se propaga más rápido que la luz. Para solucionar esta problemática, recientemente se ha sustituido la ley de Fourier por Ley de Maxwell-Cattaneo en versiones acústicas de la ecuación de onda. La ley de Maxwell-Cattaneo añade a la Ley de Fourier una relajación en la velocidad de propagación del flujo del calor. Juntando las leyes anteriores y linealizando se obtiene la ecuación en derivadas parciales lineal de Moore-Gibson-Thompson, a la que llamaremos en adelante ecuación MGT. Dado Ω un conjunto abierto y acotado en el espacio $\mathbb{R}^3$, con frontera regular $\partial\Omega$, la ecuación MGT con condiciones iniciales es la siguiente,

$$\tau u_{ttt}(t,x) + \alpha u_{tt}(t,x) - c^2\Delta u(t,x) - b\Delta u_t(t,x) = 0, \quad t > 0 \;\; x \in \Omega$$
$$u(0,x) = u_0(x), \;\; u_t(0) = u_1(x), \;\; u_{tt}(0,x) = u_2(x) \qquad x \in \Omega$$

donde u (la solución del problema) es una función dependiente del tiempo t y del espacio x, u_t es la derivada de la función u con respecto de la variable temporal t, u_{tt} es la derivada de u_t con respecto de t, y así sucesivamente. El operador Δ, conocido como el operador de Laplace o Laplaciano, actúa sobre una función de la siguiente forma

$$\Delta u(t,x) = \sum_{j=1}^{3} u_{x_j x_j}(t,x)$$

donde x es un vector del espacio ambiente que se denota por sus tres coordenadas $x = (x_1, x_2, x_3)$, y $u_{x_j x_j}$ es la derivada de orden 2 de la función u con respecto de la variable x_j. Además, en esta ecuación, la constante $c > 0$ representa la velocidad del sonido, $\tau > 0$ la relajación en la velocidad de propagación citada anteriormente, b la difusividad del sonido y α la amortiguación viscosa del material.

En los últimos años se ha observado que el anterior modelo se queda un poco pobre ya que en ningún momento se están considerando los efectos de memoria que tienen los materiales viscoelásticos, como son los polímeros amorfos, polímeros semicristalinos o biopolímeros entre otros. Observar la siguiente figura.

En el año 2008, Fatiha Alabau y Piermarco Cannarsa, en [4], estudiaron los efectos de la memoria en el decaimiento de energía de fenómenos acústicos. Este fue el primer paso hacia una gran cantidad de estudios acerca de estos modelos. Entre estos estudios, se pueden destacar las publicaciones de Alabau y Cannarsa [2, 3], Lasiecka y

Wang [6, 8], Ti-Jun Xiao y Jin Liang [5]. En [7], Lasiecka y Wang estudian la existencia de solución y la estabilidad de energía de la ecuación MGT en espacios de Hilbert (espacios de funciones), sometido a efectos de memoria,

$$\tau u_{ttt}(t,x) + \alpha u_{tt}(t,x) - c^2\Delta u(t,x) - b\Delta u_t(t,x) + \int_0^t g(t-s)\Delta u(t,x)\,dt = 0 \qquad t>0,\ x\in\Omega$$

$$u(0,x) = u_0(x),\ u_t(0) = u_1(x),\ u_{tt}(0,x) = u_2(x), \quad x\in\Omega$$

donde g es una función positiva llamada función de memoria, que describe la dependencia entre la deformación y la tensión. El término

$$\int_0^t g(t-s)\Delta u(t,x)\,dt$$

refleja los efectos de memoria debido a la viscoelasticidad de los materiales.

Durante el último año, un grupo de investigación formado por investigadores españoles y chilenos del que yo formo parte, hemos estudiado la existencia de solución de la ecuación anterior en unos espacios de funciones llamados de tipo Hölder, ver [1]. Para ello se usan técnicas matemáticas de multiplicadores de Fourier. Actualmente estamos estudiando la estabilidad de energía de la ecuación MGT con memoria, añadiendo un término que representa la amortiguación friccional. Consideramos el problema

$$\tau u_{ttt}(t,x) + \alpha u_{tt}(t,x) - c^2\Delta u(t,x) - b\Delta u_t(t,x) + \int_0^t g(t-s)\Delta u(t,x)\,dt = f(u_t) \qquad t>0,\ x\in\Omega$$

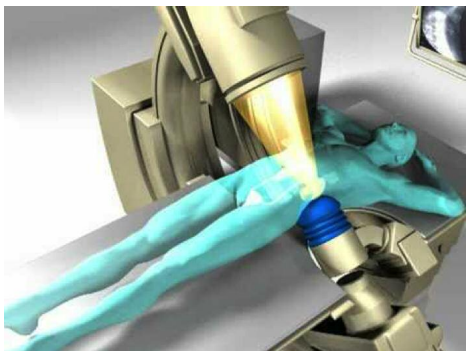
$$u(0,x) = u_0(x),\ u_t(0) = u_1(x),\ u_{tt}(0,x) = u_2(x) \qquad x\in\Omega$$

donde por ejemplo un amortiguamiento friccional clásico es $f(ut) = |u_t|^{p-1}u_t$, con $p > 1$. Se ha observado que la energía del sistema modelado por la ecuación anterior decae conforme pasa el tiempo, al igual que ocurría con el caso sin amortiguamiento friccional probado por Lasiecka y Wang. Pero más aún, hemos visto que la energía, tanto en el caso con amortiguamiento friccional como sin él, decae a cero asintóticamente en la misma medida que la función de memoria g lo hace, concluyendo que, bajo ciertas condiciones, el decaimiento de energía solo depende de la memoria del modelo.

Para finalizar, se mencionan algunas interesantes aplicaciones ingenieriles de los estudios anteriores de la ecuación MGT.

— *Litotripcia*. La litrotripcia es un procedimiento médico que utiliza ultrasonidos para romper cálculos en el riñon, la vejiga o el uréter. Despúes del procedimiento, los diminutos pedazos de los cálculos salen del cuerpo a través de la orina. Existen muchos tipos de litotripcia, siendo la más común la litotripcia extracorpórea por ondas de choque. Las ondas de choque de alta energía, también llamadas ondas sonoras, atravesarán el cuerpo hasta que golpeen los cálculos renales. Si se está despierto, se pueden experimentar una sensación de golpes ligeros cuando esto comienza, las ondas rompen los cálculos en pedazos diminutos.

La litotripcia generalmente es segura, el pronóstico depende de la cantidad de cálculos que se tenga, de su tamaño y del lugar donde se encuentren en el aparato urinario. La mayoría de las veces, la litotripcia elimina por completo los cálculos.



— *Termoterapia.* La termoterapia es el uso medicinal del calor, cuyos efectos conllevan un aumento de la temperatura en el área afectada que a su vez promueve la mejora de la circulación sanguínea a la zona. Esto acelera la recuperación y produce relajación, y como consecuencia se produce una disminución del dolor y una recuperación de la elasticidad y calidad de los tejidos. Este tratamiento suele ser utilizado tanto para mejorar patologías crónicas como agudas (48 horas despúes de la lesión). Igualmente la aplicación de calor en un área específica puede ayudar a calentar la musculatura antes de hacer estiramientos y ejercicios, por lo que sirve para prevenir calambres y desgarros de tendones y músculos.

El tipo de termoterapia que nos interesa es el calor profundo. El calor profundo se consigue con el uso del ultrasonido terapéutico, se trata de crear calor por el movimiento mecánico de las células producido por las vibraciones del ultrasonido, y sirve para el tratamiento de musculatura profunda.

— *Limpieza por ultrasonido.* La limpieza por ultrasonidos se basa en el principio de ondas de alta frecuencia (a partir de 20 KHz) producidas en el líquido en el que las piezas se sumergen. La naturaleza de la energía ultrasónica proporciona el empuje físico requerido para romper los enlaces mecánicos e iónicos que establecen las partículas muy pequeñas alojadas en la superficie. Debido a la frecuencia de trabajo y la densidad del líquido, se forman continuas depresiones y sobrepresiones que aparecen y desaparecen en cuestión de microsegundos en el líquido, haciendo implosionar la molécula de agua, aproximadamente 40.000 veces por segundo, produciendo un microcepillado que actuá alrededor de cualquier elemento que se introduzca. Este efecto recibe el nombre de cavitación ultrasónica, y elimina la suciedad de la superficie de las piezas sumergidas incluso en los puntos de más difícil acceso. Puede alcanzar las áreas internas que no son accesibles con otros medios de limpieza.

Referencias

[1] L. Abadias, C. Lizama and M. Murillo-Arcila. *Well-posedness of the Moore-Gibson-Thompson with infinite delay.* Send to publish.

[2] F. Alabau-Boussouira. *A unifed approach via convexity for optimal energy decay rates of finite and infinite dimensional vibrating damped systems with applications to semi-discretized vibrating damped systems.* J. Differential Equations, 248(6) (2010), 1473–1517.

[3] F. Alabau-Boussouira and P. Cannarsa. *A general method for proving sharp energy decay rates for memory-dissipative evolution equations.* C. R. Math. Acad. Sci. Paris, 347(15) (2009), 867–872.

[4] F. Alabau-Boussouira, P. Cannarsa, and D. Sforza. *Decay estimates for second order evolution equa- tions with memory.* J. Funct. Anal., 254(5) (2008), 1342–1372.

[5] X. Han and M. Wang. *General decay estimate of energy for the second order evolution equations with memory.* Acta Appl. Math., 110(1) (2010), 195–207.

[6] I. Lasiecka and X. Wang. *Intrinsic decay rate estimates for semilinear abstract second order equations with memory.* In New Prospects in Direct, Inverse and Control Problems for Evolution Equations, Springer. (2014), 271–303.

[7] I. Lasiecka and X. Wang. *Moore-Gibson-Thompson equation with memory, part II: General decay of energy.* J. Differential Equations. 259(12) (2015), 7610–7635.

[8] I. Lasiecka and X. Wang. *Moore-Gibson-Thompson equation with memory, part I: Exponential decay of energy.* Z. Angew. Math. Phys., 67(2) (2016) 1–23.

Matemáticos fuera de la enseñanza

por

María Lavilla Abián y Zaida Lavilla Abián

(IES Zaurín, Ateca)

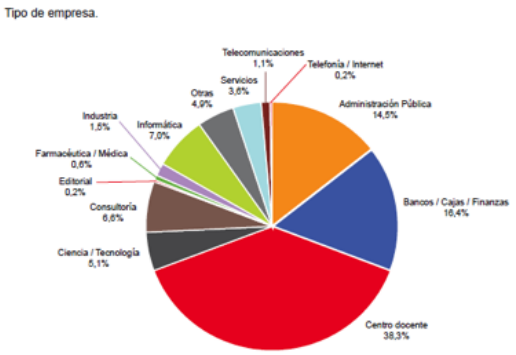
¿Os habéis planteado alguna vez por qué estudiasteis matemáticas?

La gente fuera del mundo de las matemáticas está convencida, en su mayoría, que todos queremos ser profesores pero esto dista mucho de la realidad, muchos de nosotros las estudiamos porque nos encantan, vemos un atractivo en ellas que otros no ven. Al final las oportunidades que nos da la vida y la vocación de cada uno nos llevan a unos a las aulas y a otros fuera de ellas.

Las matemáticas no son solo números y letras, son una manera de pensar, una manera de ver el mundo. Estudiando matemáticas se adquieren cualidades indispensables para un desarrollo profesional tanto dentro como fuera del mundo de la enseñanza: *aprendemos a pensar.*

La facultad para desarrollar la capacidad de pensamiento nos dota de unas cualidades que son muy apreciadas en la empresa privada, esta capacidad de análisis y de síntesis son indispensables en este mundo competitivo. Somos capaces de descomponer los argumentos en premisas, analizarlas y llegar a conclusiones lógicas de una manera ágil y eficiente, hecho que aporta valor a las empresas y que hace que formemos parte de sus plantillas.

Estamos distribuidos en muchos y diferentes campos profesionales. En equipos de investigación de biología, medicina, desarrollando rutas en departamentos logísticos, analizando riesgos en bancos y aseguradoras, desarrollando aplicaciones para móviles, aplicaciones para la gestión de compras, ventas… Según un estudio de la Real Sociedad Matemática Española la actividad profesional de los matemáticos está distribuida de la siguiente forma: Docencia (38,3%), Bancos/Cajas/Finanzas (16,4%), Administración Pública (14,5%), Informática (7%), Consultoría (6,6%) y Ciencia/Tecnología (5,1%).



Siendo los tipos de actividad dentro de la empresa de carácter técnico (72,9%), de gestor (12,1%) y el 7,5% de ellos son directivos de sus empresas.

El mundo que yo conozco es el de la informática y consultoría. Muchos empezamos nuestra inmersión en este mundo como:

— *Programadores:* trabajo bonito y gratificante ya que se ve de forma directa cómo cobra vida una idea. Los lenguajes de programación son muy variados y se usan para crear aplicaciones para móviles, sistemas informáticos para gestión empresarial…

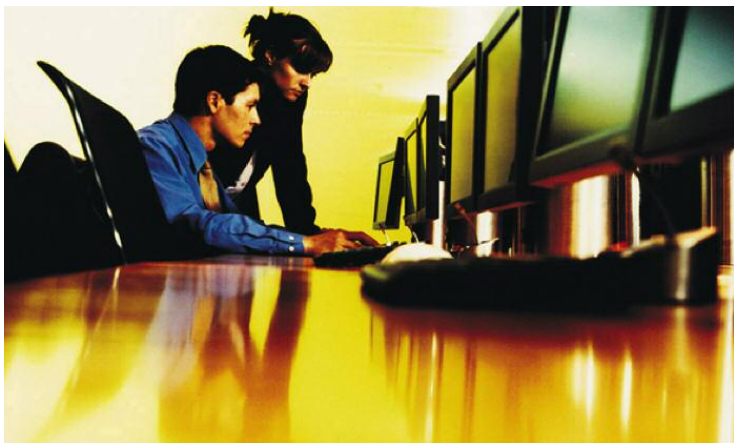
— *Consultores:* la vida del consultor puede ser muy interesante ya que te da la oportunidad de conocer mucha gente, empresas y países, lo cual es muy enriquecedor.

En mi caso antes de acabar la carrera me llamaron de mi empresa actual para recibir un curso de 6 meses de programación en ABAP IV, estos cursos son muy costosos pero tuve la suerte de ser una de las becarias en recibirlo. Para aquellos que no lo conozcan es el lenguaje de programación usado por SAP. SAP es un ERP (sistema de planificación de recursos empresariales) que posibilita la comunicación e interacción de los datos obteniendo información útil para la toma de decisiones, este sistema se usa sobre todo en multinacionales. Recuerdo perfectamente las primeras semanas del curso, no tenía ni idea de nada al lado de los informáticos que también participaban, sin embargo, gracias a haber estudiado matemáticas y haber desarrollado la capacidad de pensamiento pronto me puse al día. Una vez finalizada mi formación comencé a trabajar en esta empresa como programadora, mi equipo y yo creamos un software para los vendedores que visitan a los puntos de venta desde el cual pueden consultar todos los datos de los clientes, sus riesgos, organizarse las visitas etc., hoy en día es usado en todo el mundo por todos los vendedores de la compañía. Después pasé a hacer tareas de analista en este mismo proyecto y en otro de marketing que consistía en crear una plataforma global donde introducir la planificación de las campañas publicitarias y ahora mismo mi puesto es definido como *Global specialist team leader*. Mis tareas principales son liderar proyectos internacionales y coordinar un equipo internacional de trabajo; en este equipo tratamos todos los procesos de calidad que se emplean en todas las fábricas del grupo y buscamos, dentro de una estandarización, dar cobertura a todos los países de una forma global y ordenada. Se hacen tres reuniones al año donde se votan y discuten los cambios solicitados por todas las divisiones de producto. Trabajar en una multinacional te da la oportunidad de conocer muchas culturas y países lo que para mí es muy interesante, siempre que no implique estar mucho tiempo fuera de casa. He podido conocer diferentes ciudades de Alemania entre ellas Berlín, Munich, Bretten, Gienge, Traunreut, Dillingen y fuera de ella, Eslovenia, Estambul…

En el departamento de informática en España estamos unas 100 personas y entre ellos hay bastantes matemáticos; 6 programadores, 10 consultores, 3 jefes de departamento (IT tiene 6 departamentos distintos).

Cuando buscamos una nueva incorporación de los CV que llegan siempre se tienen en cuenta a los matemáticos y físicos; hoy en día los matemáticos están bien valorados en la empresa privada. Los idiomas también son indispensables en el mundo de las multinacionales, ya que si no la comunicación sería imposible.

En resumen, por suerte tanto fuera como dentro de la enseñanza los matemáticos tenemos trabajos interesantes, enriquecedores y motivadores.

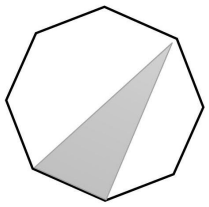


El lado oscuro del octógono

por
José Miguel Rubio Chueca
(SIES Rodanas, La Muela)

La final de la XXV Olimpiada Matemática Aragonesa de 2.º de la ESO tuvo lugar en el Aula Magna de la Facultad de Ciencias el día 21 de mayo del 2016. En ella, 109 alumnos matriculados en los IES de la comunidad autónoma de Aragón, intentaron resolver de la mejor forma posible 6 problemas. El problema que vamos analizar en esta ocasión es el problema número 2 entregado en la primera parte de la prueba y cuyo enunciado es el siguiente:

Enunciado

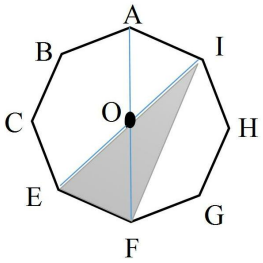


¿Qué fracción del octógono regular representa la zona oscura?

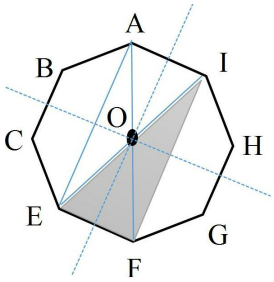
Solución

Veamos una solución puramente geométrica.

Trazamos el octógono y la parte sombrada etiquetando sus vértices. El segmento $\overline{IE}$ divide al octógono en dos partes iguales (deja a los lados el mismo número de vértices).Tomando el segmento $\overline{AF}$ encontramos como intersección de ambos segmentos el centro del octógono regular, $\overline{IE} \cap \overline{AF}$.



Por ser un polígono regular el triángulo ΔEOF representa 1/8 del octógono. Por lo tanto solo nos queda averiguar la parte que representa el triángulo y sumarla a la anterior. Para ello, unimos los vértices A y E obteniendo el rectángulo AEFI. A continuación trazamos rectas perpendiculares a los lados del rectángulo haciéndolas pasar por el centro del octógono. De esa manera obtenemos las mediatrices de los lados del rectángulo dividiendo dicho rectángulo en 8 partes iguales (triángulos rectángulos).

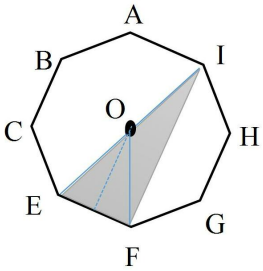


Vemos en la figura que los triángulos y el triángulotienen el mismo número de partes por lo que representan la misma fracción del octógono.

Por lo tanto, la parte oscura del octógono representa: $1/8 + 1/8 = 2/8 = 1/4$ del octógono

Otra forma de resolverlo:

Consideremos el punto O el centro del octógono y tracemos la apotema sobre el lado $\overline{EF}$. Tenemos que el triángulo ΔEOF representa 1/8 del área del octógono.

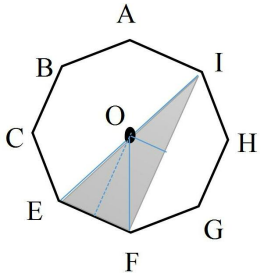


Sin pérdida de generalidad supongamos que el lado del octógono es igual a 1u y la apotema es igual a x. Así tenemos la siguiente área:

$$A_{\Delta EOF} = \frac{\overline{EF} \cdot a_p}{2} = \frac{1 \cdot x}{2} = \frac{x}{2} u^2$$

Para hallar el área del triángulo ΔIOF trazamos la altura sobre el lado $\overline{IF}$ que justamente se corresponde con la mitad del lado $\overline{EF}$. Por otro lado $\overline{IF}$ es igual al doble de la apotema anteriormente calculada, es decir $\overline{IF} = 2x$. Por lo tanto tenemos que el área es:

$$A_{\Delta IOF} = \frac{\overline{IF} \cdot \frac{1}{2}}{2} = \frac{2x \cdot \frac{1}{2}}{2} = \frac{x}{2} u^2$$



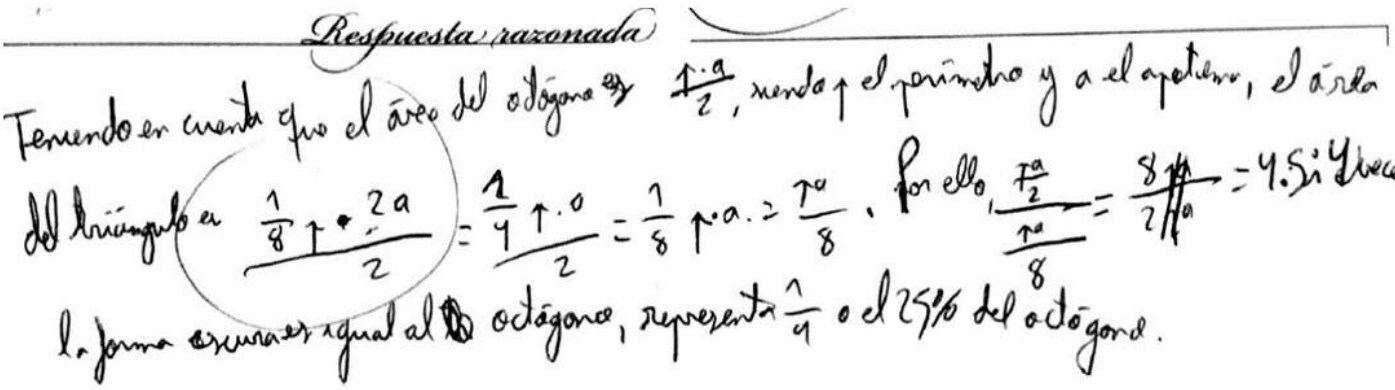
De esta forma comprobamos que las dos áreas ocupan la misma fracción del octógono. Luego la zona oscura del octógono es $1/8 + 1/8 = 2/8 = 1/4$, del octógono

Análisis de los resultados

En cuanto a las soluciones proporcionadas por los alumnos de la final de la Olimpiada, de los 105 problemas entregados para corregir, el 11 % dejaron el problema en blanco o dieron una respuesta sin ningún tipo de explicación, el 39 % intentaron resolver el problema dando una solución errónea y el 50 % llegaron a la solución del problema usando diversos procedimientos.

Analizando las soluciones podemos destacar los siguientes resultados:

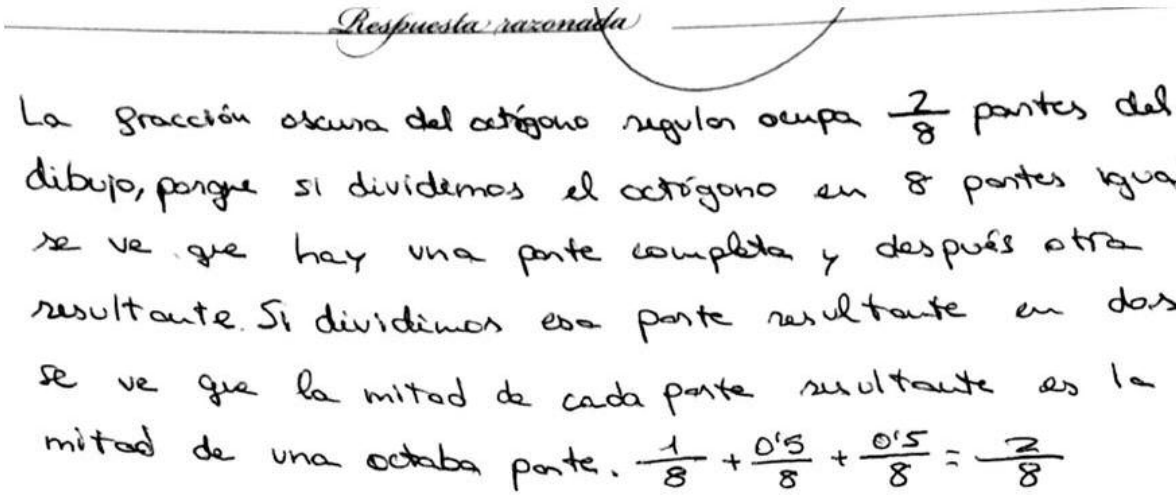
De los participantes que llegaron a la solución correcta y explicaron el ejercicio de forma precisa y clara, 3 de ellos llegaron a la solución usando el cálculo de áreas de figuras planas mediante fórmulas debidamente explicadas. Para ello, dieron algún valor imaginario a alguna distancia como hemos hecho en la segunda demostración al problema.


Respuesta razonada

Teniendo en cuenta que el área del octógono es $\frac{p \cdot a}{2}$, siendo p el perímetro y a el apotema, el área del triángulo es $\frac{\frac{1}{8}p \cdot \frac{2a}{2}}{2} = \frac{\frac{1}{4}p \cdot a}{2} = \frac{1}{8}p \cdot a = \frac{pa}{8}$. Por ello, $\frac{\frac{pa}{2}}{\frac{pa}{8}} = \frac{8pa}{2pa} = 4$. Si llevar la forma oscura es igual al octógono, representa $\frac{1}{4}$ o el 25% del octógono.

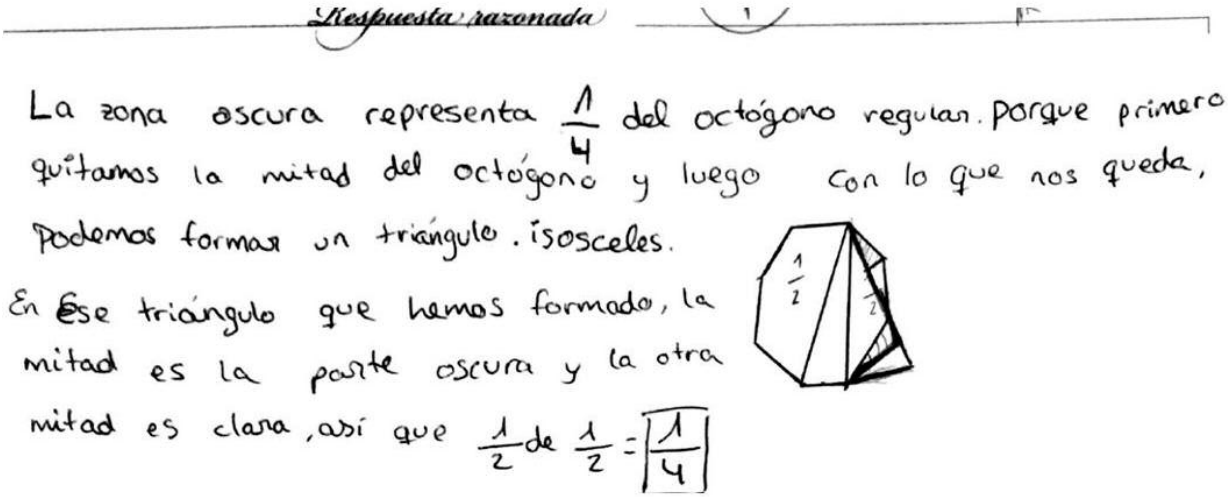
Destacar que 13 de ellos usaron la partición del octógono en triángulos completando la parte coloreada similar a como hemos realizado la primera demostración. Estos alumnos obtuvieron la solución razonando el resultado de forma correcta, premiando la originalidad, precisión y claridad expositiva a la hora de razonar los pasos seguidos en su demostración.

En algunos casos, los alumnos llegaron a la resolución del problema usando particiones del octógono en zonas que no quedaban lo suficientemente claras de por qué correspondían a la fracción del octógono que ellos determinaban.


Respuesta razonada

La fracción oscura del octógono regular ocupa $\frac{2}{8}$ partes del dibujo, porque si dividimos el octógono en 8 partes iguales se ve que hay una parte completa y después otra resultante. Si dividimos esa parte resultante en dos, se ve que la mitad de cada parte resultante es la mitad de una octava parte. $\frac{1}{8} + \frac{0'5}{8} + \frac{0'5}{8} = \frac{2}{8}$

Considerando en estos casos que llegaron a la solución por pura intuición o azar. Como ejemplo, algunos tomaron como cierto que la zona sombreada y la zona formada por el trapecio isósceles ocupaban el mismo espacio dentro del octógono. Aunque dicha afirmación es cierta, creemos necesaria una explicación de por qué estas dos figuras representan la misma zona. De la misma manera otros optaron por intentar solventar el problema asignando fracciones diferentes que tampoco vinieron sustentadas por ninguna explicación. Sin embargo, destacar la originalidad con que muchos se enfrentaron a dicha dificultad para obtener la solución, como por ejemplo, probando a completar cuatro cuadrados de misma área siendo uno de ellos la zona sombreada, o realizando la construcción de un paralelogramo cuya área coincidía con la mitad del octógono teniendo en cuenta ciertas relaciones angulares, o completando un triángulo isósceles el cual se corresponde con la mitad del octógono.


Respuesta razonada

La zona oscura representa $\frac{1}{4}$ del octógono regular. porque primero quitamos la mitad del octógono y luego con lo que nos queda, podemos formar un triángulo. isosceles.

En ese triángulo que hemos formado, la mitad es la parte oscura y la otra mitad es clara, así que $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{2} = \boxed{\frac{1}{4}}$

El resto de los participantes aspiraron a resolver el problema midiendo los lados, usando escalas o reglas de tres, teniendo en cuenta el teorema de Pitágoras para averiguar algunas distancias que necesitaban para determinar ciertas áreas, y en algunas ocasiones, tomando particiones equivocadas que les llevaron a resultados erróneos. Ninguno de ellos llegó a la solución correcta. Destacar uno de los principales problemas que tuvieron estos alumnos al pensar que el octógono se podía dividir en 7 cuadrados cuyos lados eran los del octógono suponiendo que la diagonal de un cuadrado coincide con su lado.

Realizando el análisis nos ha resultado llamativo el hecho de que el 50% obtuviera una solución correcta al problema aunque hubiera una falta de coherencia en sus argumentos o falta de explicación. Esto nos puede llevar a pensar que ciertos alumnos tienen una gran predisposición intuitiva a resolver cuestiones geométricas aunque carezcan de las herramientas racionales que les hagan apoyar su intuición matemática. También podemos destacar la diversidad de instrumentos utilizados para llegar a la solución aunque no siempre haya sido con éxito. En algunos casos, el trabajo de campo llevado a cabo por los alumnos también ha resultado ser interesante intentando extraer conclusiones generales apoyándose en unas medidas concretas del problema.

Por lo tanto, en este problema lo complicado para los participantes no ha sido la comprensión de lo que se ha pedido demostrar sino la explicación de lo que se ha querido probar usando para ello unas herramientas matemáticas que todos ellos parece que disponían demostrando, según la teoría de van Hiele, que los alumnos de estos cursos están en un nivel 2, entendiendo cómo algunas propiedades de las figuras geométricas pueden derivar en otras, estableciendo ciertas relaciones entre las propiedades y las consecuencias derivadas de ellas, usando relaciones entre las partes y un todo, intentando obtener un resultado, que a priori parecían conocer de una forma totalmente intuitiva. Ello nos hace reflexionar sobre la importancia en su pensamiento de la axiomatización a la hora de poder transmitir con precisión sus ideas. La necesidad parece clara pero la metodología no tanto. Seguiremos reflexionando sobre ello para intentar hacer llegar las matemáticas a nuestros alumnos sin caer en la exigencia formal que pueda llevarles a la frustración. Sin embargo, no nos podemos olvidar de la necesidad del formalismo matemático a la hora de estructurar correctamente una demostración que nos haga comprender el significado de la misma de una forma precisa y coherente.

Concurso de Tangram

por
Pedro Latorre García
(CPEPA Marco Valerio Marcial, Calatayud)

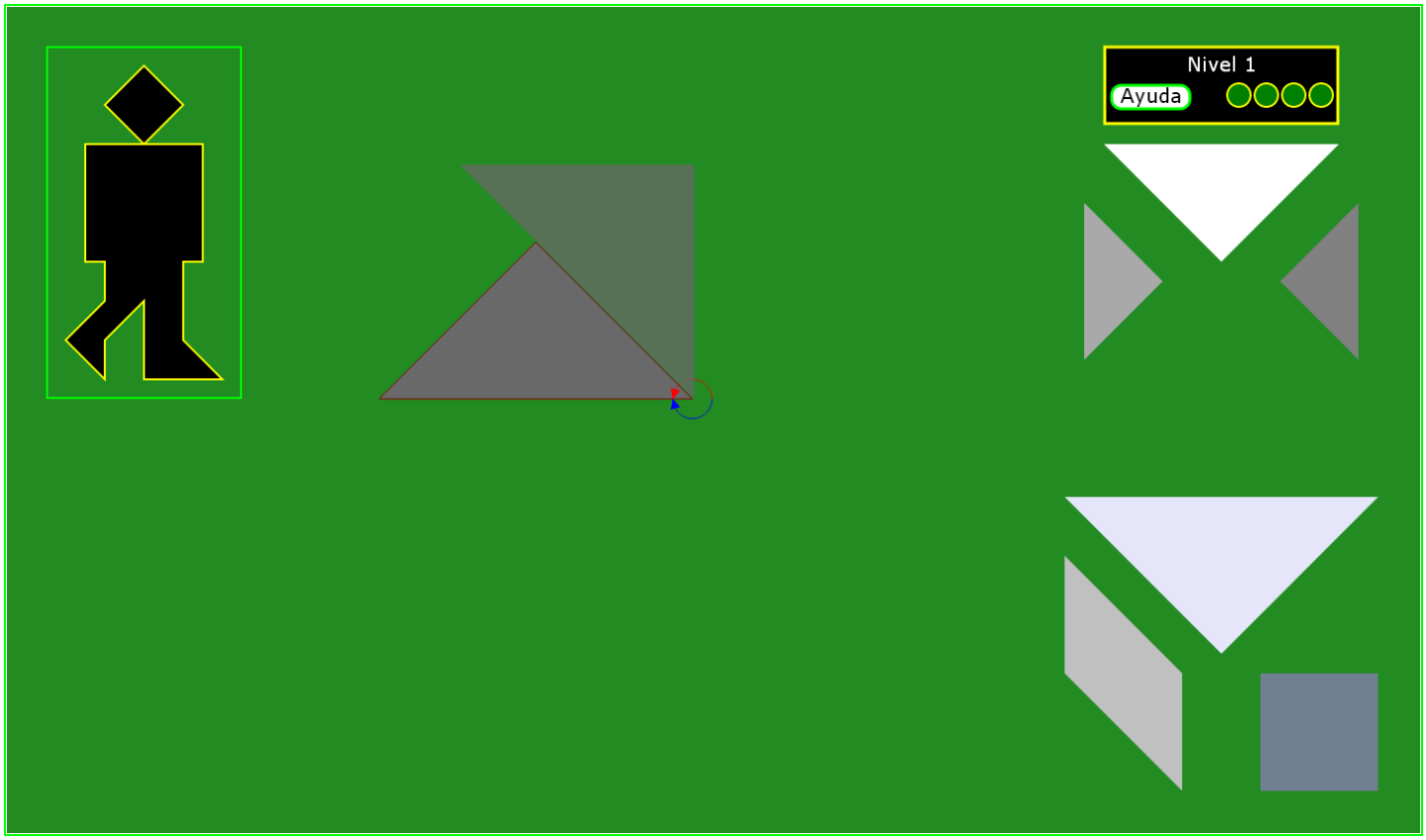
Entre los días 22 de mayo y 25 de junio hemos celebrado el I Torneo de Tangram. Esta innovadora iniciativa ha sido promovida por el programa Conexión Matemática, en colaboración con la SAPM. La actividad, completamente online, estaba dirigida a los alumnos de primaria y secundaria del sistema educativo público aragonés.

Nuestra propuesta consistía en resolver una serie de figuras del conocido juego del tangram a través de un programa de javascript accesible desde la web de Conexión Matemática. Los participantes tenían que resolver 3 figuras (3 niveles) y posteriormente se añadió una más. En cada nivel la figura se elige de forma pseudoaleatoria entre un conjunto de posibilidades, por lo que cada partida es distinta. Para poder jugar era necesario tener un navegador web compatible con *canvas-html5* y estar conectado a internet.

Pese a que las fechas no eran las más convenientes para favorecer la participación, fueron elegidas precisamente por este motivo ya que el software y su entorno han sido desarrollados de forma artesanal por el autor de estas líneas y se trataba de comprobar su correcta operatividad. La prueba ha resultado exitosa.

Vamos con la estadística: han participado alumnos de 14 centros abarcando las tres provincias aragonesas, desde 3.º de Primaria hasta 4.º de ESO. En la base de datos se han registrado 2004 partidas, de las cuales 712 se han completado. El indiscutible ganador del concurso ha sido Miguel Galindo Vallejo del IES Leonardo de Chabacier. También recibieron su merecido premio Cristian Gonzalo Laplaza del IES Parque Goya y Claudia Mairal Buera del IES Martínez Vargas.

Si queréis echar un vistazo al juego: <http://catedu.es/conexionmatematica/tangram>



Semana Matemática

por
Óscar Carrión Lostal
(IES Valdespartera, Zaragoza)

Durante la semana del 18 al 22 de abril tuvo lugar en nuestro centro, la *Semana Matemática*. La finalidad de la participación por primera vez del centro en este proyecto era sacar las matemáticas del aula tradicional e integrarlas con naturalidad en el paisaje propio del instituto, rompiendo así el tabú que tienen los alumnos de la asignatura: difíciles y que se dan descontextualizadas. De esta manera hemos logrado que los alumnos se sintieran protagonistas y además, los hemos implicado de una manera más activa en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Además, hemos relacionado dichas actividades con el *Proyecto de Innovación* del centro de *Viajeros y Exploradores.*

https://viajerosyexploradores.wordpress.com/

Actividades

Exposición *Matemáticas en tu vida 2*: tuvo lugar en el hall de la biblioteca y del salón de actos del centro, y se completó con murales elaborados por los propios alumnos relativos a distintas cuestiones matemáticas como por ejemplo el número pi, el número áureo o relacionadas con la comprensión lectora, ya que en el Departamento, dentro de la programación, tenemos la lectura de libros; por ejemplo en 1.º de ESO se ha leído el libro *Malditas Matemáticas.*

https://viajerosyexploradores.wordpress.com/lecturas/malditas-matematicas/

En el salón de actos se expusieron las actividades relacionadas con la exposición y donde los alumnos las trabajaron.

Concurso de Fotografía matemática: la exposición de las fotografías participantes al concurso se realizó también en el hall de la biblioteca y salón de actos del centro.

En este concurso se valoraba la calidad fotográfica y su relación con las matemáticas.

Las 3 ganadoras

Opinión personal de Joana Miró (1.º ESO): «Para mí es algo muy especial el haber ganado porque aunque parezca insignificante siempre será un recuerdo de un logro cumplido por ti.»

Charlas-Taller

Abaquista-Algorista (Christian H. Rubio). En este taller se comenzó con un breve viaje por los distintos sistemas de numeración, con ejemplos e ilustraciones, para desembocar en una explicación práctica de los números y cómo sumar con los ábacos; estuvo dirigida a los alumnos de primer ciclo de ESO.

Opinión general:

> En la charla nos enseñaron a calcular con el ábaco y cómo utilizarlo. Nos dieron una hoja donde había líneas como si fuera un ábaco y hacer operaciones.También nos dijeron cosas sobre los números romanos como que no siempre se han escrito así, de la forma en la que los conocemos ahora y también nos hablaron de su evolución.

Más opiniones personales

—Marta: «Me pareció interesante porque así conocemos más a los números y aprendemos más cosas.»

—Sofía: «la charla me pareció muy interesante porque nos ha enseñado que los números han cambiado de forma durante el tiempo.»

—Raquel: «me pareció interesante los números romanos y el ábaco.»

—Diego: « la charla me gustó bastante ya que no sabía nada sobre el ábaco.»

Guiones matemáticos (Christian H. Rubio). El propósito era intentar acercar las matemáticas humanizando a algunos de sus protagonistas: son numerosas las personas dedicadas a las matemáticas, con aportaciones importantes, y que han tenido vidas azarosas, propias de un guión de película. La charla estuvo dirigida a los alumnos de 2º ciclo de ESO.

Números triangulares, cuadrados, rectangulares, pentagonales…. (Antonio Oller del IUMA-Instituto Universitario de Matemáticas y Aplicaciones), orientada a los alumnos de 1.º de Bachillerato.

Actividades aportadas por los miembros del Departamento del centro

Magia matemática: Una forma de que los alumnos perciban que con las matemáticas se pueden hacer cosas divertidas y que a ellos les gustan. Espectáculo de magia en el que los juegos se realizan bajo principios matemáticos. De hecho, los propios alumnos realizaban los números de magia (asesorados previamente por su profesor).

Impresión de uno de los magos… Ángel Yagüe (1.º ESO): «En la magia matemática he podido aprender y enseñar números con los cuales mis compañeros y yo me he entretenido y disfrutado.»

Geogebra: En el Aula de Informática, se exponían conceptos básicos y ellos con su ordenador los afianzaban con los ejemplos que se les proponían.

Geoplano: Se les propusieron actividades de construcción de figuras planas básicas (y otras irregulares) y el cálculo de sus áreas sin utilizar fórmulas, sino descomponiéndolas en figuras más básicas y conocidas, como triángulos, rectángulos, etc.

Puzles: se les propuso distintos tipos para construir diversas figuras que se les pedía. Entre ellos figuran el *tangram chino*, *cardiotangram*, *tantrix*, etc….., calculando sus áreas y perímetros en algunos casos.

Criptografía: se realizaron talleres basados en la descripción de varios métodos básicos de cifrado.

Visionado de *documentales* de *Cristóbal Vila* relacionados con matemáticas:

Inspiration: <http://etereaestudios.com/docs_html/inspirations_htm/movie_a.htm>.

Nature by numbers: <http://etereaestudios.com/docs_html/nbyn_htm/nbyn_mov_youtube.htm>.

Snakes: <http://etereaestudios.com/docs_html/snakes_htm/snakes_mov_youtube.htm>.

Visionado de *películas* como *Donald en el país de las matemáticas*.

Actividades relacionadas con el proyecto de innovación del centro: *Viajeros y Exploradores*

Taller de awalé o mancala: es un juego de estrategia originario de Filipinas. Los alumnos han conocido un poco sus orígenes, su forma antigua de jugar (con semillas y agujeros en el suelo), y han aprendido sus normas. Han fabricado por parejas su propio tablero de juego con hueveras decoradas y han aprendido a jugar. El último día hicieron una competición con puntuaciones individuales enfrentándose unos a otros.

Los Matelocos: Se encargaron de buscar chistes relacionados con las matemáticas y de realizar un guión para un monólogo, similar a lo realizado en *El Club de la Comedia.* El monólogo que realizaron versó sobre el número de oro.

Juegos Matemáticos: Se encargaron de seleccionar una serie de juegos de distintos países y explicar a sus compañeros su origen, cómo son sus reglas, etc. Los juegos que seleccionaron fueron: timbiriche, scargot, sudoku, tablero aritmético y ajedrez, y también propusieron a sus compañeros una serie de acertijos.

Opinión grupal

> Nos gustó mucho hacer la exposición porque aprendimos juegos de otros países y otras cosas sobre estos países. Estuvimos un poco nerviosos pero creemos que nos salió bastante bien.

Recetas por el mundo Los alumnos realizaron un recorrido gastronómico por diferentes países del mundo, eligiendo las recetas más características y obteniendo la cantidad exacta de ingredientes en función de los comensales, aplicando así la proporcionalidad directa, con reducción a la unidad.

Opinión grupal

> Nuestro objetivo era trabajar la proporcionalidad a través de la adaptación de las recetas y sus ingredientes a distinto número de comensales.
>
> Consideramos que ha sido una experiencia en la que hemos aprendido aspectos de la cultura de otros países. Al tener que exponerlo de forma oral, nos ha ayudado a abrirnos al público.
>
> Aunque el proyecto de recetas parezca fácil, lleva un gran trabajo detrás. Ha habido momentos difíciles para reunir las recetas y realizar las tablas pero al final nos hemos coordinado y hemos conseguido salir adelante.
>
> Pensamos que ha valido la pena porque ha sido una experiencia interactiva en la que nos lo hemos pasado muy bien a la vez que hemos aprendido mucho.

Concurso Matemático: ¿Sabes más que un Valdepastarco?: Concurso de preguntas dirigido a distintos equipos que realizaron en clase, y que ganaba aquél que obtenía más puntuación. Destacar que entre las preguntas había un bloque relacionadas con el libro de lectura *Malditas matemáticas* que se ha leído y trabajado a lo largo del curso.

Matemáticos por el mundo: Los alumnos eligieron distintos matemáticos relevantes del mundo de diferentes épocas, y elaboraron un guión para la realización de una obra de teatro similar a un programa televisivo. Los personajes matemáticos elegidos fueron: Sofia Kovalevskaya, Isaac Newton, Galileo Galilei, Pitágoras, Hipatia, Emmy Noether y Al-Jurismi. En el desarrollo de la obra, se hacía hincapié en los aspectos más relevantes que aportaron dichos personajes al mundo de la ciencia y su procedencia.

Opinión grupal

> Nos ha parecido a todos muy interesante y original. Trabajar juntos no ha sido difícil pero no siempre hemos estado de acuerdo.
>
> Nos hemos divertido mucho interpretando la obra y hemos disfrutado mucho. Lo más divertido fue la caracterización y lo repetiríamos sin dudarlo.

Y por último, destacar que las actividades *Los Matelocos* y *Matemáticos por el Mundo*, fueron representadas aparte de en su clase de referencia, ante todos los alumnos de 1.º ESO en el salón de actos del centro y fueron grabadas en vídeo para su publicación en la página web del proyecto del centro.

Para más información de las actividades realizadas por el Departamento de Matemáticas relacionadas con el Proyecto de Innovación del centro *Viajeros y Exploradores*, se puede visitar el enlace:

https://viajerosyexploradores.wordpress.com/departamentos/matematicas/

Concluyendo con el relato de nuestra primera incursión en esta nueva experiencia de organización y preparación de la Semana Matemática del centro, dentro del programa de *Conexión Matemática*, esperamos su repetición para próximos cursos y relacionarlo como en esta ocasión con el proyecto de innovación que esté en vigor en el centro.

Director: Ricardo Alonso Liarte (IES Salvador Victoria, Monreal del Campo)

Consejo de Redacción: Alberto Elduque Palomo (Departamento de matemáticas de la Universidad de Zaragoza), M.ª Ángeles Esteban Polo (CEIP Josefa Amar y Borbón, Zaragoza), Mario Escario Gil (IES Pirámide, Huesca).

Entorno Abierto es una publicación digital bimestral que se edita en Zaragoza por la Sociedad Aragonesa «Pedro Sánchez Ciruelo» de Profesores de Matemáticas. *Entorno Abierto* no se identifica necesariamente con las opiniones vertidas en las colaboraciones firmadas.

Envío de colaboraciones a <sapmciruelos@gmail.com>

Blog: <http://sapmatematicas.blogspot.com.es/>

Twitter: @SAPMciruelos

Web: <http://sapm.es>

Septiembre de 2016
ISSN: 2386-8821e

BY NC SA