Entorno Abierto

Boletín digital
de la Sociedad Aragonesa
«Pedro Sánchez Ciruelo»
de Profesores
de Matemáticas

Número 38
Enero de 2021

Entorno Abierto debería abrir siempre con una o dos páginas destinadas, en principio, a dar cuenta de la actividad de la SAPM. Pero hay ocasiones, por ejemplo en verano, en los que me cuesta llenar incluso una página. Esto se ha acentuado durante el último año en el que la vida de todos nosotros ha sufrido un drástico cambio. Sin embargo, en esta ocasión, sí puedo hablar de las actividades de la sociedad y, de esta forma, no meterme en ningún jardín.

El pasado 13 de enero tuvimos la asamblea anual en la que solemos hacer balance de lo hecho durante los doce meses anteriores y planteamos qué vamos a hacer en los siguientes. En esta ocasión, además, hubo cambios en nuestra junta directiva. Por diferentes motivos la dejaron M.ª Ángeles Arroyo y Mario Escario, a los que no puedo menos que agradecer públicamente su trabajo durante todos estos años en los que hemos reactivado nuestra asociación. Sin embargo, la buena noticia es que se incorporan Maite Aranés y Octavio Gómez, ambos de gran valía y desde ya enfrascados en trabajar en algunas de las actividades que organizamos.

Y vamos con las *convocatorias* abiertas.

Tras tener que suspender las dos olimpiadas que quisimos organizar en el curso pasado (la de siempre, la de 2.º de ESO, y por primera vez la de Primaria), Maider Goñi, Esther García y Alejandro Beltrán han estado trabajando en un *nuevo* formato y ya se ha abierto la inscripción de centros [enlace]: hasta el 5 de febrero. En la página web se pueden consultar toda la información incluidas las nuevas bases [2.º ESO y alevín] . Este año vamos a perder algunos de los atractivos que tiene esta actividad, pero entre todos vamos a conseguir tener dos buenas olimpiadas.

También la no presencialidad de la JEMA (Jornada de Educación Matemática en Aragón) va a quitar una parte importante de su *encanto.* Pero nos ha parecido importante organizarla a pesar de todo. En nuestra Comunidad no hay demasiada formación para el profesorado en didáctica de las matemáticas, ni muchos espacios para el intercambio de experiencias de aula. Las 10 horas que estamos esperando que nos homologuen no van a resolver el problema, pues excede nuestra competencia y nuestra capacidad, aunque sí esperamos que aporten algo. Ricardo Alonso, Pablo Beltrán, José María Muñoz y yo mismo hemos preparado un sugerente programa que podéis consultar en este enlace. Aún faltan detalles, pero lo esencial ya está cerrado. Podéis seguir las novedades en la página web de la IV JEMA. Se celebrará los días 12 y 13 de marzo, con la misma estructura horaria de las anteriores. Ya se puede acceder al formulario de inscripción. Como siempre, habrá espacio para presentar comunicaciones. El plazo de presentación de comunicaciones acaba el 28 de febrero; para nosotros este es un espacio esencial, pues como he dicho antes no tenemos muchas oportunidades de compartir nuestras experiencias de aula o saber qué están haciendo otros compañeros con los que habitualmente no tenemos contacto.

Aunque ya lleva unos días abierta la inscripción, recordamos que está en marcha el VIII Concurso de Radionovelas Matemáticas. Este concurso se convoca en el marco del programa Conexión Matemática, del Gobierno de Aragón,

Σrio Interactivo

La habitación de Fermat, ¿solo un escape room?
Dos rombos y un destino (jornada de reflexión)
Listo para llevar
Aposición y remoción
Criptografía para principiantes: Método de la escítala

únete
a la SAPM
click

que coordinan Maite Aranés, Alejandro Beltrán y Arancha López. La SAPM colabora con el concurso con la mitad de los premios y la mayor parte del trabajo. Todos los detalles del concurso se pueden consultar en esta página.

De manera inminente, junto al IUMA, vamos a convocar el III Concurso de Microrrelatos Matemáticos. Publicitaremos las bases y los plazos durante la primera semana de febrero. Informaremos por los canales habituales. En esta ocasión, al frente de la organización tenemos a un auténtico experto: Octavio Gómez.

Está pendiente que Conexión Matemática ultime los detalles del concurso de Tangram. Será la sexta edición que Pedro Latorre lo organiza y programa.

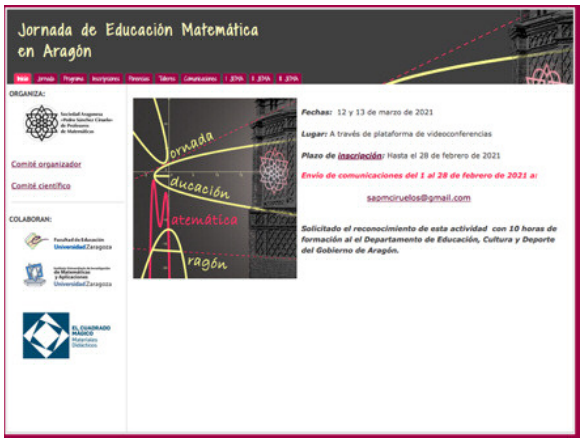
Como sabéis uno puede mantenerse al día de la actualidad de nuestra Sociedad siguiendo nuestro blog, que mantiene Carmen Soguero <https://sapmatematicas.blogspot.com/>, o nuestra cuenta de Twitter @SAPMciruelos, al frente de la cual está Pablo Beltrán.

Y cómo no mencionar a Julio Sancho. No, no está jubilado... La maquetación de este boletín se la debemos a él.

Nos gustaría poder montar más actividades para profesores y/o alumnos, pero para ello necesitamos más personas. En esta crónica he querido escribir los nombres de las personas que están al frente de cada una de las actividades, porque si no parece que tras toda esta actividad no hay personas trabajando intensamente; puede dar la sensación de que las cosas salen porque sí, por inercia... Así que os animo a participar en la Sociedad con ideas nuevas y energías renovadas. Se trata de establecer una red, en la que una persona pueda contar con otras afines para llevar a buen término alguna actividad.

Gracias a todos.

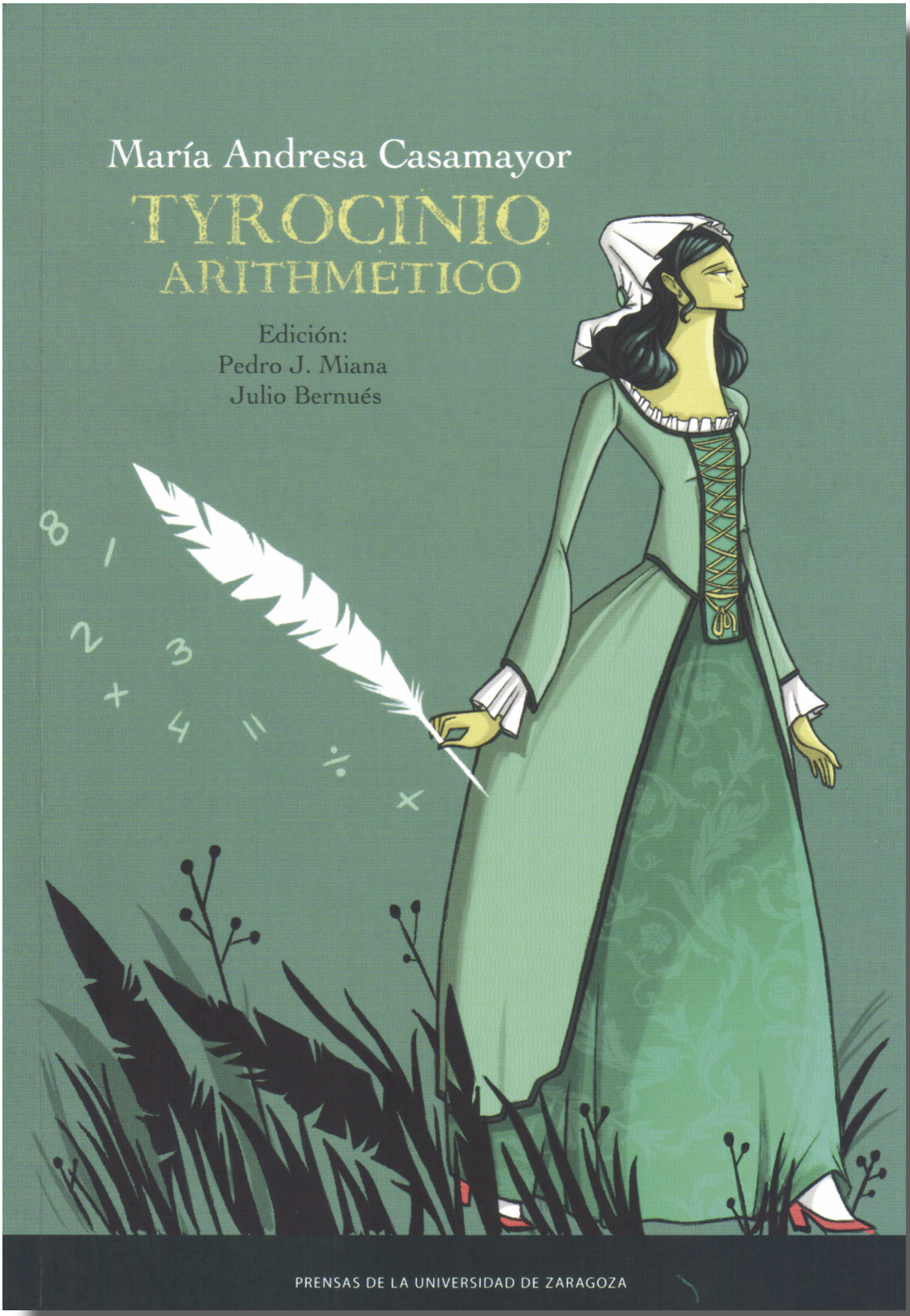
DANIEL SIERRA RUIZ
Presidente de la SAPM



María Andresa Casamayor

TYROCINIO ARITHMETICO

Edición:
Pedro J. Miana
Julio Bernués



PRENSAS DE LA UNIVERSIDAD DE ZARAGOZA

1542

Prensas de la Universidad
Universidad Zaragoza

Instituto Universitario de Investigación de Matemáticas y Aplicaciones
Universidad Zaragoza

IAM
Instituto Aragonés de la Mujer

GOBIERNO DE ESPAÑA
MINISTERIO DE CULTURA Y DEPORTE
BIBLIOTECA NACIONAL DE ESPAÑA
BNE

La habitación de Fermat, ¿solo un *escape room*?

por
Esther García Giménez
(IES Tiempos Modernos)

El *Real Escape Game* fue creado en 2007 en Japón por el guionista y director de *anime* y cine Takao Kato, pero no es hasta 2013 que las *escape rooms* llegan a España, a la ciudad de Barcelona. ¿O puede ser que llegaran antes?

Es gracias a Luis Piedrahita y Rodrigo Sopeña que, en el mismo año de su creación en Japón, podíamos visionar en España *La habitación de Fermat* una auténtica *escape room* matemática.

Pocas películas nos dan tanto juego a los profesores para proponer acertijos y problemas de ingenio a nuestros alumnos. Debido a su clasificación por edad «no recomendada para menores de 13 años», la que escribe cree que los cursos más adecuados para trabajar con ella son 2.º y 3.º de la ESO. Muy útil en 2.º de ESO, en concreto, para animar a los alumnos a la participación en la Olimpiada Matemática.

Ya solo con el visionado de la película se puede conseguir que utilicen las células grises, como diría el famoso detective belga de las novelas.

Pero no podemos conformarnos con eso, *La habitación de Fermat* es mucho más que el planteamiento de una serie de acertijos que los protagonistas deben resolver para no morir. Todo el film es un juego de pistas, de principio a fin.

Bien es cierto que un espectador profano en matemáticas centrará su atención en la resolución de los problemas de ingenio que van apareciendo sucesivamente en la agenda PDA.

Y ya que esa habitación es un examen para la inteligencia de los personajes, esos mismos acertijos se pueden plantear al alumnado antes de ver la película o podemos ir parando el visionado para dejar un margen de tiempo en clase y poder resolverlos.

Su listado, por orden de aparición, es el siguiente:

— El problema de las cajas de caramelos mal etiquetadas.
— Usar el código binario con piezas para representar el dibujo de una calavera.
— El juego de saber qué interruptor de tres enciende la bombilla de una habitación cuya puerta está cerrada.
— Cómo se puede cronometrar un tiempo de 9 minutos utilizando dos relojes de arena, uno de 4 minutos y otro de 7.
— El clásico problema de las edades de las tres hijas del profesor.
— El acertijo de las puertas que llevan a la libertad o no, custodiadas por dos carceleros: el que siempre dice la verdad y el que siempre miente.
— Un problema de edades con resultado negativo.

Se pueden preparar fichas con los diferentes acertijos e ir dando pistas a los alumnos que trabajarán en grupo o de forma individual.

Pero recordemos que hemos dicho que todo el film es un juego de pistas para el espectador, todo. Si la habitación es un examen para la inteligencia de los protagonistas, la película lo es para la del alumnado. Y al igual que hay una forma de aprobar y escapar de la muerte en la película, hay una forma de descubrir al asesino siguiendo las pistas desde el pupitre.

Si nos fijamos desde el comienzo, ya en los títulos de crédito, los acentos en las palabras aparecen una vez escritas, al igual que hace, al escribir, uno de los protagonistas ¿qué nos quieren decir los creadores con ello?

Nada más empezar la película, Alejo Sauras «Galois» nos cuenta que ha resuelto la conjetura de Goldbach, un problema que llevaba siglos sin resolver, y utiliza un número al azar como ejemplo de que todo número par mayor que dos puede escribirse como suma de dos números primos. Pero ¿de verdad ha elegido un número al azar o ha utilizado el de su propia matrícula de coche como se descubre en otra secuencia de la película? Podemos preguntarnos si sabría hacerlo al tomar realmente un número par cualquiera mayor que dos.

También debemos pensar si es casualidad o no que la empleada de la biblioteca donde está Santi Millán «Pascal» intentando resolver el acertijo inicial, le diga que guarde los libros cuando termine en su orden alfabético y gracias a ello lo resuelva y pueda asistir a la reunión.

En la escena en que se encuentran los cuatro personajes principales en la barca camino de la famosa cita, Lluis Homar «Hilbert» dice que la situación le recuerda al conocido problema de cómo atravesará el río un pastor que lleve un lobo, una oveja y una col y solo pueda ir con dos de ellos simultáneamente en la embarcación. O quizás le recuerda, como dice Elena Ballesteros «Oliva» porque uno de ellos es el pastor, otro el lobo, otro la oveja y otro la col. ¿Qué papel juega cada uno? Pensémoslo.

Llega un momento en la película en que se dan cuenta de que tienen la misma edad a la que murieron los famosos matemáticos Évariste Galois, Blaise Pascal, Oliva Sabuco y Pierre de Fermat, pero ¿a qué edad murió David Hilbert? se pregunta uno de los personajes, y la pregunta queda en el aire sin respuesta en ese momento.

Y ¿dónde estará la salida? Porque si es un *escape room* tiene que haber una forma de salir. Si nos hemos fijado bien cuando han resuelto el acertijo de las puertas en la pizarra nos daremos cuenta de que se ha quedado escrita en ella la palabra LIBERTAD.

Es cierto que si avisamos a los alumnos para que estén atentos a todas estas pistas les destripamos la película, eso no quita que, una vez descubierto el asesino, podamos hablar de las mismas con ellos.

Y ya fuera del juego de pistas, otra forma de trabajar la película con los alumnos es comentar en clase la existencia de problemas matemáticos sin resolver, o que haya costado siglos encontrar la solución como los mencionados en el film: La conjetura de Goldbach que sigue sin resolverse, aunque sí se ha demostrado una forma más débil; la conjetura de Kepler sobre apilar esferas iguales cuya densidad máxima se alcanza con un apilamiento piramidal de caras centradas resuelta siglos después de su formulación. Y podríamos terminar contando la historia de la demostración del último teorema de Fermat en honor al personaje interpretado por Federico Luppi, y supuesto anfitrión, resuelto tras siglos de espera por Andrew Wiles y cuya demostración ocupa cerca de 100 páginas.

No quiero terminar sin recomendar generar ciertos debates a raíz del visionado. Por ejemplo, se puede hablar de los diferentes tipos de matemáticos que aparecen en la película: investigadores, matemáticos que dedican su vida a la demostración de un teorema, matemáticos que opinan que eso es una pérdida de tiempo, inventores… Comentan en una de las secuencias que cualquier matemático desearía resolver un problema que lleve siglos sin demostrar y el personaje que interpreta Santi Millán dice: «será que no soy cualquier matemático», ¿qué quiere decir en realidad?

También podemos hablar de la diferencia entre las matemáticas teóricas y las aplicadas a raíz de la escena en que «Galois» y «Pascal» se proponen comprobar si al juntar las librerías las prensas hidráulicas se pararán, uno de ellos decide plantear unas ecuaciones en la pizarra y el otro le contesta que la forma de comprobarlo es hacerlo.

¿Y si hablamos de la imagen que tiene la sociedad de cómo es un matemático? ¿Somos cuadriculados como dicen? «Piensa que quien cruzó mal fue ella» le dice «Hilbert» a «Pascal» a pesar de que la consecuencia haya sido el atropello de una chica. ¿Algunos están o estamos locos? Como dicen en la escena de la partida de ajedrez de los matemáticos Georg Cantor, Kurt Gödel y Yutaka Taniyama.

Puede ser interesante también trabajar ciertas biografías de los matemáticos que nombran en la película. ¿Se han fijado los alumnos en la cantidad de libros de matemáticas que hay en las librerías de la habitación? Podemos presentarles una buena bibliografía matemática, aunque muchos de estos libros escapen a su comprensión.

Y por último, es importante generar el debate acerca de la frase final del film, «el mundo está como estaba» dice Santi Millán «Pascal» al arrojar al agua la demostración de la conjetura de Goldbach. ¿Es eso cierto? ¿La demostración de una conjetura puede cambiar el mundo tal cual lo conocemos? ¿Ese cambio sería instantáneo?

Múltiples cosas nos dejamos en el tintero como poder trabajar la estadística con el alumnado a partir de la conversación entre el policía y «Fermat»:

— ¿Sabe que el 28% de los que mueren en carretera va como usted, sin llevar puesto el cinturón de seguridad?
— ¡Ah! O sea que el resto, el otro 72% muere con el cinturón puesto, ¿no?

Poder hablar de la ironía de que la noche fatal la luna esté en cuarto menguante y ellos efectivamente hayan estado a punto de morir en un «cuarto menguante» …

Y otros detalles que seguro vosotros, como espectadores, habréis encontrado y una servidora no.

Dos rombos y un destino
(jornada de reflexión)

por

Ricardo Alonso Liarte y Daniel Sierra Ruiz

(IES Salvador Victoria, Monreal del Campo; CPI El Espartidero, Zaragoza)

En julio de 2015 estuvimos en un taller en las JAEM de Cartagena, que impartía la gente del MMACA (Museo de Matemáticas de Cataluña) y que se llamaba *Si Penrose lo supiera*. El taller giraba en torno a los *rombos de Penrose* (figura 1). Con estos rombos, decían, podemos hacer mosaicos aperiódicos. Así que partiendo de esa sesión *montamos* un taller para el programa *Conexión Matemática;* pensamos que se puede utilizar en diferentes niveles y para trabajar distintos conceptos. En las actas de la 17 JAEM está el resumen del taller del MMACA (Brasó y otros, 2013) y en el artículo «Pentaplexity» (Penrose, 1979) se puede seguir el desarrollo de Penrose, por lo que aquellas personas interesadas en beber de las fuentes pueden pasar directamente al apartado de las referencias bibliográficas y obviar a estos humildes y simples copistas.

Nuestra primera idea fue contar cómo hacemos el taller en un artículo, pero hemos optado por desarrollarlo en tres. Entendemos que el material da suficiente *juego* como para utilizarlo en diferentes sesiones de clase más allá de un solo taller y para cubrir más conceptos de los que trabajamos en él. Por otra parte, su puesta en práctica nos ha provocado alguna reflexión que hemos querido compartir. En este primer artículo, nos vamos a centrar en las dos primeras actividades que solemos plantear salpicado de algunos comentarios sobre nuestra práctica docente.

Para empezar, hay una cosa que no nos deja de resultar curiosa al respecto de las actividades que suele plantear el MMACA en congresos y cursos de formación sobre enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Suelen tener una gran afluencia de público, de matemáticos, profesores y no, que no dudan en ponerse a *jugar* con los diferentes materiales. Hemos puesto jugar en cursiva, porque estamos seguros de que estas personas piensan que están *haciendo matemáticas* como así muestra la *seriedad* con que lo afrontan. Sin embargo, muy poca gente usa este tipo de actividades en el aula, normalmente, a pesar de que hay bibliografía que lo apoya (ASBL Entr'Aide y otros, 2017). Dicho sea de paso, desde el programa *Conexión Matemática* se ha tratado (se sigue tratando y se seguirá si nos dejan) de impulsar esta manera de *aprender* matemáticas. Si preguntáramos a alguno de estos profesores que muestran interés en los materiales del MMACA, pero luego no los implementan en el aula, seguro que refiere el currículo. Vamos a empezar con el taller, que pronto vuelve a salir el currículo y tampoco es cuestión de meternos en camisa de once varas.

Lo primero que se plantea en el taller es calcular los ángulos de los rombos… Bueno, no, en realidad, lo primero que hacemos es preguntar qué figuras geométricas son. Con el rombo 1 casi ninguno duda; sobre todo si no lo mostramos en la posición que se ve en la figura 1, sino en la que ofrecen habitualmente los libros de texto. Pero con el otro, empieza la diversión. Romboide es lo mejor que se puede oir. En fin, retomemos el asunto del cálculo de los ángulos. Los rombos están hechos de un material similar a la goma-eva* (figura 2), así que la medida directa con un transportador no funciona. Realmente, el objetivo es que encuentren la solución por la vía manipulativa, geométrica, así que en cada mesa de cuatro o seis echamos un montón de estos rombos y les dejamos *jugar.* Nosotros, nos pasamos por las mesas y vamos haciendo preguntas más que contestar a las suyas (Calvo, 2019).

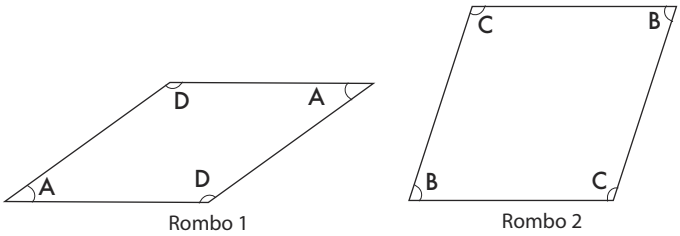


Figura 1. Rombos de Penrose

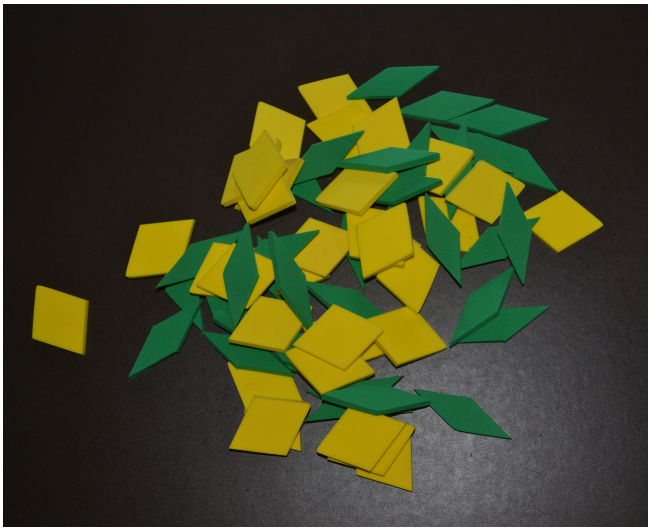


Figura 2. Un *montón* de rombos de Penrose

Solemos contar una anécdota sobre este taller. Cierto día lo hicimos primero en un colegio, en 4.º de primaria y un par de horas más tarde en un instituto, en 4.º de ESO. Cuando a los de primaria les preguntamos cuánto medirían los ángulos, no se *cortaron* en conjeturar; por supuesto, las primeras respuestas fueron algo *disparatadas,* si se permite la palabra. Pero, a puro de manipular los rombos, acabaron resolviéndolo más o menos en todos los grupos. Podéis suponer qué pasó en 4.º de ESO cuando les preguntamos cuánto medían los ángulos: «bufff, yo paso», «eso es imposible de calcular», «me he dejado el transportador en casa»… A puro de *pelear* con ellos logramos que se pusieran a manipular los rombos y acabaron hallando los ángulos. A partir de aquí solíamos hacer una reflexión, pero hace un tiempo tuvimos la ocasión de ponerlo en práctica en 1.º de Bachillerato… Con ellos fue imposible conseguir que *jugaran* y apenas una persona calculó los ángulos. Lo que hicieron fue dibujar en un papel los rombos y liarse a echar cuentas. De hecho, acabaron pidiendo volver a la materia del curso. La pregunta es evidente, ¿qué estamos haciendo para que piensen que las matemáticas no requieren del uso de la imaginación ni de la curiosidad? Una gran cantidad de profesores de matemáticas (aquí deberíamos citar un estudio estadístico), suelen asegurar que su pasión por las matemáticas empezó cuando alguien les dejó un libro de Martin Gardner. La actitud que tomamos ante los materiales del MMACA apuntan en la misma dirección.

En ocasiones tendemos a pensar que esto de los *retos* matemáticos, lo de Gardner, lo de pensar…, en general no está al alcance de todos. Por eso hay que hacer un currículo más *asequible* a todos. No vamos a molestarnos en rebatirlo si ya lo hizo el *Grupo Cero* ¡en el año 1997!:

> Esto conduce a un tipo de enseñanza que, en lugar de favorecer el entendimiento, se reduce a la práctica monótona y poco estimulante destinados a responder a las preguntas de los exámenes. De este modo, en las circunstancias actuales, la enseñanza de las matemáticas en la etapa de secundaria está dirigida a los alumnos de 'dorada mediocridad', dejando no sólo al 40 ó 50 por 100 de alumnos de más bajo rendimiento, sino también al 5 ó 10 por 100 de alumnos que pueden tener un rendimiento muy alto en matemáticas y no reciben el impulso necesario, lo que es sin duda un auténtico despilfarro social.

Sin irnos tan lejos, Boaler (2020) asegura:

> La manera tradicional de impartir las asignaturas de matemáticas y la cultura del rendimiento que ha penetrado en la trama de la enseñanza y el aprendizaje de esta disciplina perjudican a los estudiantes que obtienen buenas calificaciones en la misma medida que a los que tienen dificultades.

Retomemos el hilo del taller. Prometemos no volver a desvariar tanto.

Estábamos intentando que calculen cuánto miden los cuatro ángulos que hay en los rombos. Se puede utilizar la misma idea con la que les mostramos qué polígonos regulares teselan el plano e intentar conducirles a que construyan *estrellas* (en el tercer artículo desarrollamos la idea de estas *estrellas*) como alguna de las que se ven en la

figura 3. Una vez que dan con el primer ángulo, el asunto se *suaviza* pues pueden encontrar el resto de la misma forma, es decir, completando manualmente ángulos conocidos, o bien observando la relación *numérica* existente entre ellos: partiendo del más pequeño, el siguiente mide el doble, el otro el triple y el más grande el cuádruple. Independientemente de si esto lo ven o no, está bien sacarlo a colación en las conversaciones que tenemos con ellos, pues, por un lado, nos sirve para que conecten geometría con relaciones numéricas, y, por otro, lo pueden utilizar para *resolver* otra de las cuestiones que citaremos más adelante. Ni que decir tiene que esta primera parte da pie a hablar de cuánto es la suma de los ángulos de un cuadrilátero, y, por lo tanto, engarzarlo con una sesión de clase *normal*.

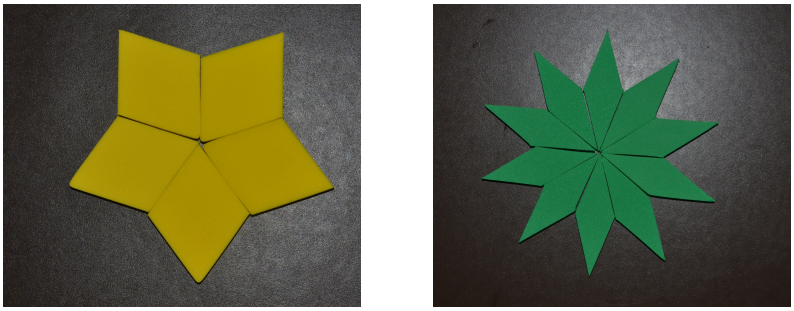


Figura 3. Dos de las posibles *estrellas*

A continuación, les pedimos que digan cuál de los dos rombos tiene mayor perímetro y cuál mayor área. Automáticamente sacan la regla y empiezan a medir. La dificultad de medir en ese material, hace que el perímetro les salga distinto de un rombo a otro cuando, en realidad, son iguales. No obstante, si les pides que comparen la longitud de ambos lados enseguida caen en la cuenta. Lo del área sí que les resulta más complicado. Al ser rombos, miden las diagonales, pero, a continuación, chocan con el hecho de que no se acuerdan de la fórmula del rombo (en cualquier curso). Les insistimos en que lo único que nos interesa saber es cuál de los dos tienen una mayor área. Empiezan a *conjeturar* y suelen acertar, claro, pero cuando les pedimos una *demostración* la misión se convierte en imposible. Casi ninguno cae en la cuenta de que viendo los rombos como paralelogramos y sabes que la fórmula es base por altura, es muy sencillo darse cuenta, *demostrar*, que el área del rombo 2 es mayor.

Todo esto nos invita a nuevas reflexiones. La primera tiene que ver con esa afición a utilizar las fórmulas prevaleciendo sobre la interpretación geométrica. No cabe duda que eso se lo estamos haciendo interiorizar a puro de *práctica*. Albertí (2018) se cuestiona este mismo asunto refiriéndose al caso concreto del teorema de Pitágoras:

> […] el teorema de Pitágoras había perdido peso e incluso había sido despojado de su carácter eminentemente geométrico para convertirse en algebraico. Diría incluso que el teorema en sí había desaparecido ya.

Esto de *algebrizar* la geometría es más evidente en 2.º de bachillerato (donde la geometría se reduce a cálculos algebraicos), pero es algo que se va acentuando a medida que se *avanza* en el sistema educativo. Y tiene mucho que ver con el hecho de que no sean capaces de *interpretar* que el rombo es un paralelogramo. Sí, hasta puede ser que se aprendan la *clasificación* de las figuras planas, pero no van a ser capaces de aplicarlo cuando tienen un rombo en la mano. Porque normalmente no *tocan* un rombo (ni ninguna otra figura geométrica, que en el caso de los poliedros tiene su aquel). El reto que os proponemos es que encontréis un ejercicio de libro de texto en el que no se use la fórmula de las diagonales cuando se habla del área de un rombo.

Dicho sea de paso, ¿tienen claro qué significa *medir* un área? Pues no, claro. Con un poco de suerte aciertan con la fórmula. Así que se puede aprovechar esta cuestión de la comparación de las áreas de los rombos para atrás y *recordar* que podemos interpretar la multiplicación con el cálculo del área de un rectángulo, de ahí deducir la de un paralelogramo… De esta forma, además de dar respuesta a la cuestión planteada, tenemos la oportunidad de profundizar en un concepto importante partiendo de una actividad de carácter manipulativo.

Como hemos dicho, inicialmente solo pretendemos que digan cuál de los dos rombos tiene mayor área. Pero, si queremos, tenemos la opción de calcular ambas áreas y compararlas. El material es malo para hacer medidas

exactas, ellos no suelen ser muy *finos* y las reglas que manejan dejan que desear, por lo que las medidas que obtengan no van a coincidir con las de sus compañeros. Así que es un buen momento para realizar un pequeño estudio estadístico y ver si la media *converge* al valor real (ambas áreas están en proporción áurea, pero de eso hablaremos en el siguiente artículo). Se trata, en definitiva, de romper los estancos en los que estamos convirtiendo a nuestra asignatura. Tenemos la gran ventaja de que en matemáticas hay muchas conexiones entre diferentes conceptos y no aprovecharlo es perder la oportunidad de que nuestros alumnos puedan apreciar más la materia.

Así pues, los dos rombos tienen el mismo perímetro y distintas áreas, lo que también se puede aprovechar didácticamente. Sin ir más lejos, podemos relacionarlo con figuras que teniendo la misma área tienen distinto perímetro; por ejemplo, es una buena oportunidad para usar en clase un geoplano (físico o virtual).

Como hemos dicho en varias ocasiones, en nuestra opinión, el material da mucho *juego* (en sentido amplio); en los dos siguientes artículos hablaremos, entre otras cosas, de teselados aperiódicos, proporción áurea, búsquedas sistemáticas, polígonos regulares…

Para acabar, un *¿chascarrillo?* La foto de la figura 4 demuestra que, entre los autores de este texto y Roger Penrose, ganador del Nobel de Física en 2020, solo hay dos grados de separación. En la foto aparece también Cindy Lawrence, directora del Museo de Matemáticas de Nueva York (MoMath), con quien coincidimos en el III Matrix Conference que se celebró en Barcelona en octubre de 2018. Obviamente la cosa no tiene ningún mérito, pero nos apetecía decirlo.

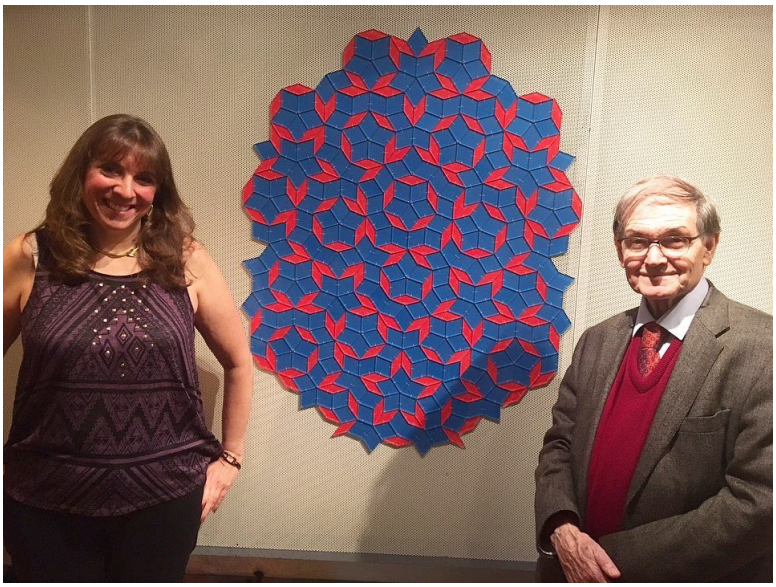


Figura 4. Roger Penrose y Cindy Lawrence en el MoMath

Referencias bibliográficas

Albertí, M. (2018), «El lado y la diagonal de un cuadrado son iguales», *Suma*, n.º 89, 9-15.

ASBL Entr'Aide, La Maison des Maths Fermat Science Il Giardino di Archimede IMAGINARY gGmbH MMACA - Museu de Matemàtiques de Catalunya (2017), *Mathspaces. A non-formal approach to mathematical education,* European Commission [Recuperado de < https://s3.eu-central-1.amazonaws.com/mathspaces/mathspaces-booklet-en.pdf>].

Boaler, J. (2020), *Mentalidades matemáticas,* Sirio, Málaga

Braso, E., P. Fornals, G. Ramellini y Q. Tarradas (2013), «¡Si Penrose lo supiera!», *Actas de las XV JAEM*, Cartagena.

Calvo, C. (2019), «Enseñar Matemáticas: un compromiso con el oficio de preguntar», *Suma*, n.º 92, 9-15.

Penrose, R. (1979/80). «Pentaplexity. A Class of Non-Periodic Tilings of the plane», *Math. Intell.*, n.º 2, 32-37.

* El material que aparece en la fotografía se compró en El cuadrado mágico <https://www.elcuadradomagico.es/>. No obstante se puede trabajar con una versión *casera,* imprimiendo y plastificando. Nuestra propia versión casera se puede descargar aquí.

Listo para llevar

por

Ana Isabel Blasco Nuño, Carmen Soguero Pamplona y Ricardo Alonso Liarte

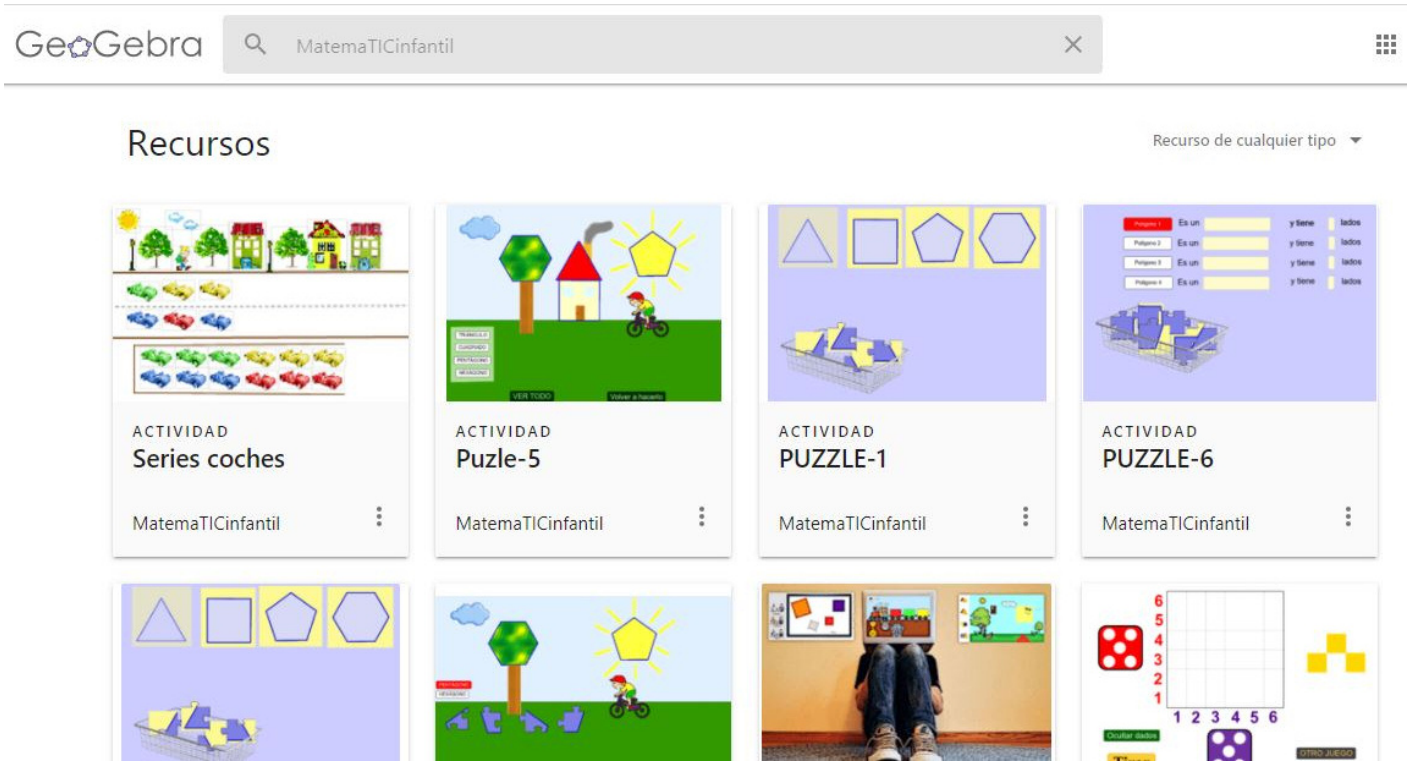
(CEIP Ricardo Mallén, Calamocha; Universidad de Zaragoza, Teruel;

IES Salvador Victoria, Monreal del Campo)

Hace ya 10 años, los autores de esta sección, docentes en distintos ámbitos, buscábamos la manera de trabajar en algún proyecto común. La posibilidad la vimos en la elaboración con GeoGebra de propuestas para la pizarra digital interactiva en Educación Infantil. En esos momentos no existían muchas actividades de este tipo orientadas a las aulas de infantil y nos pareció una línea de trabajo atractiva e interesante sobre la que todos podíamos aportar, a la vez que aprender.

A lo largo de todo este tiempo, son casi 200 los *applets* construidos bajo la perspectiva de apoyar al profesorado en el desarrollo de los contenidos para mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje. La idea de introducir las TIC en la enseñanza de las matemáticas, desde luego no es nueva, pero sí ofrece una línea innovadora que, convenientemente combinada con el imprescindible material manipulativo, facilita el alcance de los objetivos didácticos de la etapa.

Nuestra web MatemaTiCinfantil recoge todas estas aplicaciones y las ofrece al profesorado que las quiera emplear. La mayoría de ellas tienen un contenido textual mínimo, dado que se dirigen al alumnado entre 3 y 7 años, lo que puede desconcertar al docente que acceda a las mismas desde el perfil de la web de GeoGebra.



Puesto que el fin último de estos recursos es que sean incorporados a la práctica docente, consideramos vital, tanto tener conocimiento de su utilidad en el aula, como poner a disposición del profesorado las orientaciones didácticas que necesite para aprovechar al máximo sus posibilidades.

Con esta idea en mente, se puso en marcha, durante dos años consecutivos, un grupo de trabajo a través del Plan de Formación del Profesorado del Departamento de Educación del Gobierno de Aragón.

Los objetivos que nos planteamos en este grupo fueron:

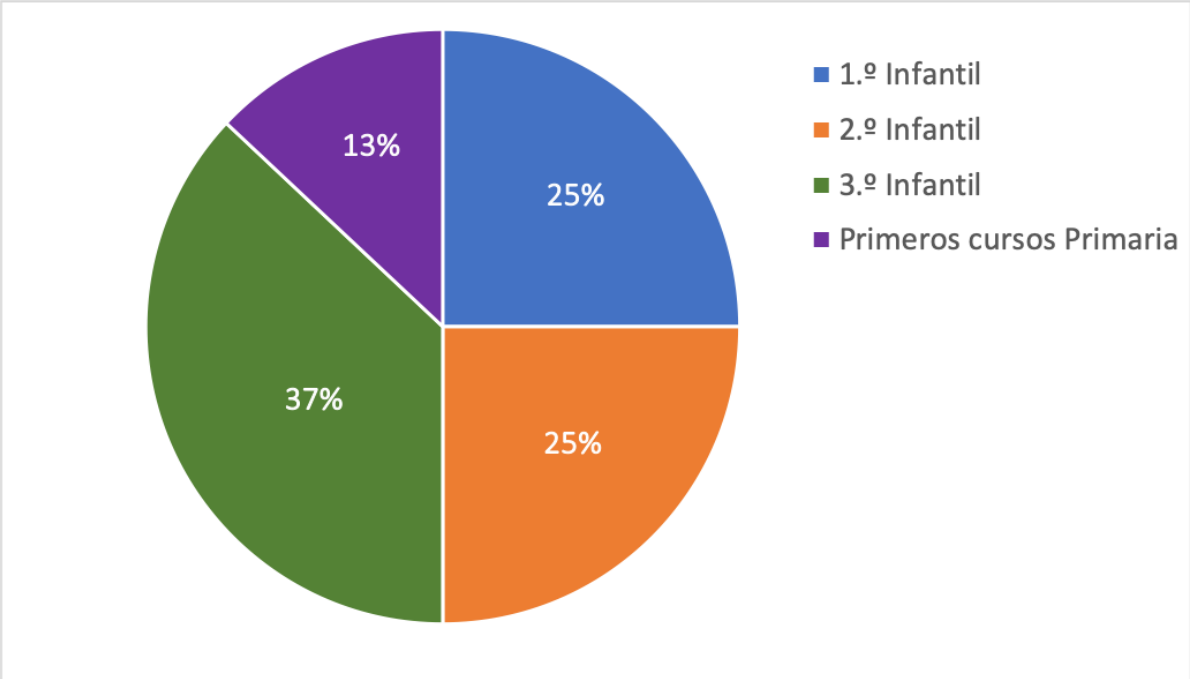
— Recoger información sobre el funcionamiento de las actividades sobre la PDI (pros y contras).
— Valorar el contenido, el formato y la aplicación de las actividades en el aula.
— Elaborar secuencias didácticas en torno a un concepto utilizando las actividades ya creadas.
— Recopilar sugerencias sobre posibles mejoras, ideas para nuevas actividades, etc.

Para poder conseguirlos establecimos un plan de trabajo de la siguiente forma:

— Se utilizarían en el aula, al menos, tres actividades de MatemaTICinfantil, cumplimentando para cada una de ellas un cuestionario previamente preparado en el que se reflejara la valoración de cada una de las actividades puestas en práctica. La definición de este cuestionario se llevó a cabo en una de las sesiones del grupo de trabajo.
— Para documentar el uso en el aula, al menos una de las tres actividades se grabaría en vídeo. De esta manera conseguimos poner en común diferentes formas de hacer en clase que posteriormente se publicaron en la web.
— Se elaboraría una secuencia didáctica sobre un contenido/concepto determinado, utilizando las actividades ya existentes en la página. Para completar el documento que contiene la secuencia se incluyeron los aspectos didácticos que se consideraron necesarios.

Las reuniones de los participantes se llevaban a cabo por vía telemática, dado que estas acciones formativas tenían carácter autonómico.

En las dos ediciones de esta actividad de formación participaron 36 docentes que pusieron en práctica las actividades en distintos niveles, según se refleja en el gráfico.



El tiempo dedicado a la puesta en práctica osciló entre 2 y 4 sesiones de menos de diez minutos (un 40 %), sesiones de una duración entre 10 y 20 minutos (un 36 %) y el resto en sesiones de media hora. La metodología usada coincidió con la propuesta para la actividad. De forma mayoritaria se llevó a cabo en grupo-clase y solo un 10 % realizaron las actividades de forma individual (CRA's).

Este trabajo, así como nuestras propias sugerencias como autores de los recursos, ha quedado plasmado en nuestra web. Cada uno de los recursos cuenta con información sobre la edad recomendada, los contenidos que se trabajan, así como propuestas de uso en el aula. Esto último es especialmente interesante, puesto que, como ya hemos comentado, el contenido textual de las aplicaciones es mínimo. Estas sugerencias solo son una muestra de lo que se puede hacer en clase con las aplicaciones, ya que su carácter intencionadamente abierto facilita la adaptación a los objetivos planteados por el profesorado.

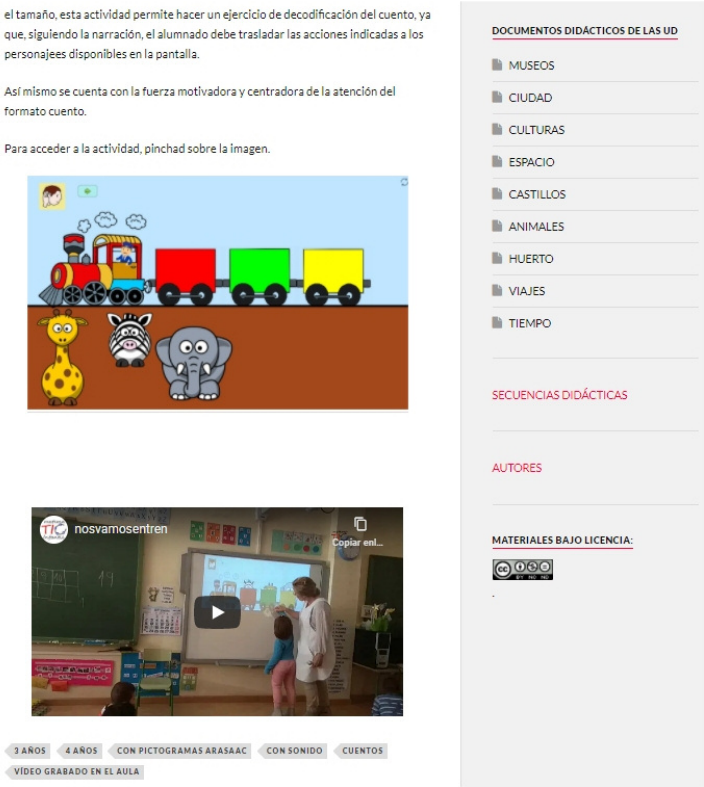
La mayor parte de las aplicaciones carecen de una respuesta que informe al alumno de que ha realizado correctamente la actividad. Esto se debe a varios motivos. Por un lado a la adaptabilidad al trabajo del profesor, como acabamos de comentar. Al no haber una única forma de concluir la actividad, se puede utilizar para trabajar aspectos muy diversos de los contenidos. Por otro lado, estamos hablando de recursos para alumnado de corta edad, cuya autonomía ante el aprendizaje es prácticamente nula. No pretendemos realizar materiales que el niño pueda usar de forma individual, sino siempre con la dirección del docente, que puede plantear, por ejemplo, en gran grupo, si la actividad se ha resuelto bien, abriendo así un rico debate. Si la aplicación da esa respuesta, estas posibilidades desaparecen.

En el menú lateral de la página web, encontramos un enlace a la colección de secuencias didácticas que se elaboraron a lo largo del grupo de trabajo realizado, que hemos comentado en párrafos anteriores.

Se trata de un total de 13 documentos en los que se hace una propuesta para el aula con la siguiente estructura:

— Un título, referente al tema que trabaja la secuencia.
— Los objetivos didácticos que se pretenden alcanzar con ella.
— Las competencias básicas que se movilizarían al realizar la secuencia.
— Los contenidos específicos que se trabajan.
— La metodología propuesta para su realización.
— Los recursos que se emplearían, distribuidos del siguiente modo:
  - Actividades de apertura, para contextualizar el tema en un entorno cercano.
  - Actividades de desarrollo, para introducir los conceptos nuevos, desarrollando los contenidos necesarios para alcanzar los objetivos previstos.
  - Actividades de cierre, volviendo a la situación de partida, incorporando los contenidos aprendidos.
— Una propuesta para evaluar la consecución de los objetivos planteados, normalmente en forma de rúbrica.

Lógicamente, lo más interesante de todo este trabajo es su puesta en práctica en el aula. Aunque no siempre tenemos conocimiento de la utilización de estos recursos, en algunas ocasiones se nos ha hecho llegar un vídeo del desarrollo de una actividad en el aula. Nos parece que es el medio más directo para que otros docentes se animen a utilizar estos recursos en su clase. Por ello, en la web hay disponibles hasta 48 breves vídeos en los que se ve al alumnado en acción. Para acceder a ellos, hay un enlace en el menú lateral.



Desde esta sección queremos animar al profesorado de estas etapas tempranas a utilizar todo este material. Para nosotros sería muy interesante establecer una comunicación <matematicinfantil@gmail.com>, de manera que nos hicieran llegar comentarios de su experiencia y sugerencias de mejora. Así mismo, en caso de elaborar secuencias didácticas con los recursos de la web, podríamos incorporarlas al repertorio de las que ya ofrecemos actualmente, con la autoría debidamente reconocida. Y la grabación de un momento de uso en el aula, respetando los derechos de imagen de los niños, podríamos incorporarla también a la página para que otros profesores se animen a introducir recursos como estos en su práctica docente.

Aposición y remoción

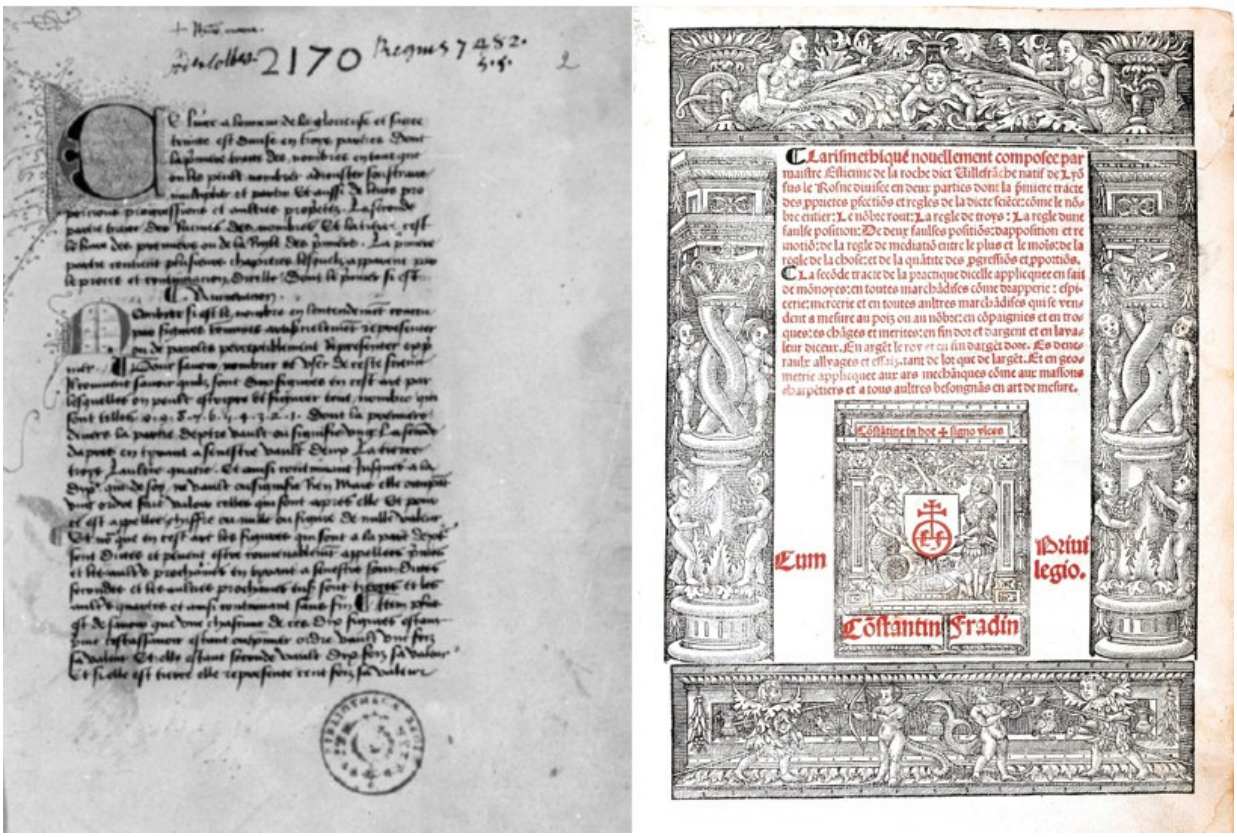
por

Antonio M. Oller Marcén

(Centro Universitario de la Defensa de Zaragoza)

Durante muchos siglos, los textos orientados a la enseñanza o a la transmisión de contenidos matemáticos dedicaban un gran esfuerzo a presentar múltiples y diversas reglas que se utilizaban para resolver familias de problemas más o menos amplias. Algunas, como la *regla de tres*, se siguen (desafortunadamente) enseñando hoy en día. Otras, aunque ya prácticamente abandonadas en el ámbito escolar, tenían nombres que aún pueden resultar familiares (como la *regla de falsa posición*, por ejemplo). Muchas fueron progresivamente abandonadas y olvidadas, en gran medida como consecuencia de la generalización de la enseñanza del álgebra como técnica de resolución de problemas.

Un ejemplo de estas últimas es la denominada *regla de aposición y remoción*. Esta regla es, muy posiblemente, de origen oriental y fue recogida tanto en obras de autores árabes medievales como en aritméticas europeas de los siglos XV y XVI. Así, podemos encontrarla descrita de manera bastante sistemática en la *Triparty en la science des nombres* del francés Nicolas Chuquet. Esta obra, escrita en 1484, solo circuló en forma de manuscrito y fue plagiada en su mayor parte por el también francés Estienne de La Roche en su libro *Larismethique nouvellement composee* publicado en 1520.



En la parte izquierda de la imagen se muestra la primera página de un manuscrito de la obra de Chuquet. A la derecha, la portada de la primera edición del libro publicado por de La Roche. Ambos documentos pueden encontrarse en la red.

Volviendo a la regla de aposición y remoción que nos ocupa, esta se diseñó para resolver problemas que, en términos modernos, pueden modelizarse mediante un sistema de ecuaciones como el siguiente:

$$\begin{cases} x+y+z=M \\ ax+by+cz=N \end{cases}$$

Se trata de problemas indeterminados que incluso pueden no tener solución, una característica no muy común en problemas antiguos. Además cabe señalar que, por los contextos en los que se suelen presentar, se buscan soluciones formadas por enteros positivos. En muchas ocasiones, aunque no siempre, se tenía la condición de que $M=N$.

Puede resultar llamativo que matemáticos en la antigüedad consideraran que la resolución de ese tipo de problemas tan particular mereciera una atención especial y que incluso dieran un nombre propio a la técnica utilizada. Esto se debe, posiblemente, a que existe una familia de problemas muy antigua que se puede modelizar, precisamente, mediante el sistema anterior y cuya aparición en textos de matemáticas fue habitual durante más de un milenio. Se trata de los denominados *problemas de los 100 pájaros*.

El ejemplo más antiguo que se conoce de estos problemas, y que explica el nombre con el que se han acabado conociendo, aparece en un texto chino del siglo V, el *Zhang Qiujian Suanjing*. Dice así:

> Un gallo por 5 quian, una gallina por 3 quian y 3 polluelos por 1 quian. Si con 100 quian queremos comprar 100 aves, ¿cuántos gallos, gallinas y polluelos compraremos?

Varios ejemplos de problemas similares se pueden encontrar en textos indios y árabes y, de hecho, para el siglo VIII ya aparece en documentos europeos occidentales. Por ejemplo, en las *Propositiones ad Acuendos Juvenes* del monje Alcuino de York se proponen hasta ocho ejemplos de este tipo de problemas en contextos ligeramente diferentes. Recogemos aquí dos de ellos:

> Cierto hombre quiso comprar en oriente 100 animales de diversas clases por 100 sueldos, para lo que ordenó a un sirviente que por un camello se pagaran 5 sueldos, 1 por un asno y que 20 ovejas se compraran por 1 sueldo. Diga, quien quiera, ¿cuántos camellos, asnos y ovejas se obtuvieron a cambio de los 100 sueldos.

> Cierto paterfamilias disponía de 30 sirvientes entre los que ordenó repartir 30 modios de maíz del siguiente modo: que los hombres recibieran 3 modios, las mujeres 2 y los niños medio modio. Resuelva, quien pueda, ¿cuántos hombres, cuántas mujeres y cuántos niños había?

Algo posterior en el tiempo, el egipcio Abu Kamil (s. IX-X) escribió su *Kitāb al-ṭair* (*Libro de los Pájaros*) en el que aborda varios de estos problemas. En su obra, por ejemplo, plantea y resuelve el siguiente problema:

> Con 100 dirhams comprar 100 pájaros de 4 tipos: gansos a 4 dirhams la unidad, pollos a 1 dirham cada uno, palomas a 1 dirham la pareja y estorninos a 1 dirham la decena.

Aunque en este problema hay cuatro incógnitas, la idea es la misma, y tiene 98 soluciones diferentes (invitamos al lector a que las calcule). De hecho, el propio Abu Kamil afirma haber resuelto un problema similar con 2 676 soluciones distintas.

Más ejemplos de problemas análogos se pueden encontrar en el *Liber Abaci* (siglo XIII) y en obras posteriores, sobre todo francesas y españolas. En aquellos textos que carecen de contenidos algebraicos es usual que la resolución del problema sea descriptiva indicando, sin mayor explicación, una secuencia de operaciones con los datos concretos del problema que conduce a la solución. No obstante, el proceso que se propone es siempre el mismo con independencia de los datos del problema, del autor o del idioma.

En el caso del texto escrito por de La Roche, sin embargo, se encuentra una descripción *abstracta* del procedimiento que no se apoya en un ejemplo concreto sino que hace referencia genérica a los valores de a, b, c, M y N que determinan el problema. El lenguaje es retórico y la lectura algo farragosa pero, en términos generales, de La Roche propone el siguiente procedimiento de resolución:

1. Suponemos que $a>b>c$. Así, el autor hace referencia al mayor valor, al menor y al mediano.

2. Se calcula $N' = N - c \cdot M$, y se guarda el resultado.
3. Se calcula $a' = a - c$, $b' = b - c$ y se guardan los resultados.
4. Si a', b' o N' son fraccionarios, se convierten en enteros reescalando adecuadamente.
5. Se descompone $N' = N_1 + N_2$ de forma que N_1 y N_2 sean múltiplos de a' y de b', respectivamente.
6. Se obtiene una solución $x = N_1/a'$, $y = N_2/b'$, $z = N - N_1 - N_2$.

Claramente, la descomposición del paso 5 puede no ser posible o no ser única, por lo que el problema puede no tener solución o tener más de una. El propio de La Roche discute este asunto y llega a decir que «por lo que parece esta regla es ciencia de poca estima».

Resulta evidente que el proceso anterior puede interpretarse fácilmente en términos algebraicos. De hecho, los pasos 2 y 3 son equivalentes a eliminar la variable z de las dos ecuaciones dadas mediante lo que a veces se denomina *método de reducción*. Los pasos 5 y 6 se encaminan a buscar soluciones formadas por enteros positivos de la ecuación resultante del proceso de reducción e implican una búsqueda por tanteo que se puede abordar iterativamente.

Quizás menos evidente, pero posiblemente más interesante, resulta tratar de dar una interpretación aritmética a las operaciones anteriores. Es decir, en el contexto de un problema concreto querríamos asignar significado a las operaciones realizadas y a sus resultados. Para hacerlo, usaremos como ejemplo el problema chino que hemos presentado anteriormente. En ese problema $a = 5$, $b = 3$, $c = 1/3$, $M = N = 100$.

Supongamos que las $M = 100$ aves que compramos fuesen todas polluelos. En tal caso solo nos gastaríamos $c \cdot M = 100/3$ quian y nos quedarían todavía disponibles para gastar $N' = N - c \cdot M = 100 - 100/3 = 200/3$ quian. Esto asigna significado a la operación realizada en el paso 2. Como cada gallo vale 5 quian y cada gallina vale 3 quian, entonces $a' = a - c = 5 - 1/3 = 14/3$ y $b' = b - c = 3 - 1/3 = 8/3$ son el gasto adicional que supone cambiar un polluelo por un gallo o por una gallina, respectivamente. Esta interpretación permite asignar significado a las operaciones del paso 3. El reescalado del paso 4 se justifica simplemente para facilitar las operaciones y poder hablar de divisibilidad. Ahora, el importe todavía disponible N' se debe gastar cambiando polluelos por gallos y gallinas de forma que se gastarán N_1 en gallos y N_2 en gallinas, por ejemplo. Cada vez que se cambia un polluelo por un gallo se gastan a' quian adicionales y si se cambia un polluelo por una gallina se gastan b' quian adicionales. Por tanto, N_1 deber ser un múltiplo de a' y N_2 debe serlo de b'. Esto explica las operaciones del paso 5. Finalmente, el paso 6 resulta evidente.

En la actualidad, ante un enunciado similar a los que hemos presentado, es casi seguro que un resolutor con los conocimientos algebraicos necesarios no debería tener demasiados problemas planteando el sistema de ecuaciones correspondiente. La eliminación de la variable z tampoco supondría demasiada dificultad. La resolución en números enteros positivos de la ecuación en x e y que se obtiene como resultado queda fuera de los contenidos de la secundaria actualmente pero su abordaje por tanteo de forma sistemática puede ser factible.

No obstante, como hemos visto, una resolución puramente aritmética es posible. La interpretación que hemos hecho de las operaciones efectuadas en los pasos 2 a 6 no consiste en una lectura retórica de las manipulaciones algebraicas correspondientes. Al contrario, todas las operaciones y sus resultados tienen un significado claro y concreto dentro del contexto del problema. Evidentemente una resolución que implique estas interpretaciones resulta más compleja que una resolución algebraica, consistente en la mera aplicación de manipulaciones a nivel sintáctico. Pero esta complejidad supone, en correspondencia, una mayor riqueza. De hecho, esta familia de problemas (como otras) ilustra lo que, en nuestra opinión, es a la vez una ventaja y el gran inconveniente del álgebra como método de resolución de problemas: la posibilidad de resolver un problema sin necesidad de entender el sentido ni el significado de las operaciones que se realizan.

Pensamos que trabajar en el aula problemas de este tipo antes de la introducción del lenguaje algebraico, aunque complicado, puede ser muy enriquecedor para los alumnos. De paso, puede permitir motivar en su momento la introducción del lenguaje algebraico y sus operaciones como una herramienta que permita abordar problemas complicados de forma más sencilla, y no como un mero lenguaje formal descontextualizado.

Criptografía para principiantes: Método de la escítala

por
Óscar Carrión Lostal
(IES Valdespartera)

Ya en el primer artículo de la serie criptografía para principiantes, vimos distintos métodos de cifrar y descifrar mensajes, como el de Julio César y el de Vigenère.

En este nuevo artículo vamos a tratar el *método de la escítala*. Para ello nuestros alumnos han debido ver los contenidos del bloque de Números de la programación del último ciclo de Primaria o primer ciclo de ESO:

— Sistemas de numeración. Operaciones con naturales.
— Divisibilidad de los números naturales. Criterios de divisibilidad. Números primos y compuestos. Descomposición de un número en factores primos.

Para desarrollar dicho método en clase la propuesta didáctica es la siguiente:

— Introducción histórica.
— Paso de la tira escítala a la cuadrícula ($i \times j$), con un número total de ($i \times j$) letras en la tira. Divisores del número de total de letras: posibilidades de cuadrículas.
— Cifrado y descifrado de mensajes.

Duración: Una sesión de clase.

La escítala

Este método ya lo utilizaban en la antiguedad los griegos, en particular lo empleaban los espartanos para transmitir sus informaciones secretas. Plutarco en el tomo III de las *Vidas paralelas* hace referencia a este método. Plutarco de Queronea (Quereronea, c. 46 o 50; Delfos, c. 120) fue un historiador, biógrafo y filósofo moralista griego, al cual se le concedió la ciudadanía romana, por lo que pasó a ser conocido como Lucio Mestrio Plutarco. Nació durante el gobierno del emperador romano Claudio, y estudió filosofía, retórica y matemáticas en la academia de Atenas. Uno de sus maestros fue Amonio, al cual citó en alguna de sus obras.

En el tomo citado se describe en qué consistía el método, que a rasgos generales, consiste en cortar dos trozos de madera redondos y de similar diámetro. Para transcribir el mensaje, usaban una tira de papel y la enrollaban alrededor del trozo de madera, transcribiendo lo que querían comunicar, posteriormente lo desenrollaban y enviaban dicha tira de papel, de tal manera que tanto emisor como receptor tenían en su posesión el trozo de madera de similares dimensiones, para poder realizar el cifrado y descifrado de mensajes. Se suele denominar a dicha tira de papel como al trozo de madera, la *escítala*. He aquí un fragmento de dicho tomo:

> […] Lo de la escítala es en esta forma: cuando los Éforos mandan a alguno de comandante de la armada o de general, cortan dos trozos de madera redondos, y enteramente iguales en el diámetro y en el grueso, de manera que los cortes se correspondan perfectamente entre sí. De éstos guardan el uno, entregando el otro al nombrado, a estos trozos los llaman escítalas. Cuando quieren, pues, comunicar una cosa secreta e importante, forman una tira de papel, larga y estrecha como un listón, y la acomodan al trozo o escítala que guardan, sin que sobre ni falte, sino que ocupan exactamente con el papel todo el hueco; hecho esto, escriben en el papel lo que quieren, estando arrollado en la escítala. Luego que han escrito, quitan el papel, y sin el trozo de madera lo envían al general. Recibido por éste, nada puede sacar de unas letras que no tienen unión, sino que están cada una por su parte; pero tomando su escítala, extiende en ella la cortadura de papel, de modo que, formándose en orden el círculo, y

correspondiendo unas letras con otras, las segundas con las primeras, se presente todo lo escrito seguido a la vista. Llámase la tira escítala, igualmente que el trozo de madera, al modo que lo medido suele llevar el nombre de la medida […]

(Fragmento obtenido del texto: *Breve historia de la Criptografía Clásica* de José Luis Tábara)

Figura 1. La escítala (Wikimedia Commons)

Para entender cómo funcionaba en la práctica el método de la escítala, desarrollamos a continuación varios ejemplos tanto de cifrado como de descifrado de mensajes para trabajar con nuestros alumnos.

Para cifrar un determinado texto, se deben seguir los siguientes pasos:

1) Contar el número de letras que tiene dicho texto.
2) Obtener los divisores de dicho número.
3) Se pueden usar diferentes cuadrículas, en función de las posibilidades que den los divisores obtenidos en el paso anterior (filas × columnas).
4) Dibujar la cuadrícula (filas × columnas).
5) Escribir el texto en horizontal, empezando por la casilla que está más arriba y a la izquierda. Es decir, se deben ir rellenando filas.
6) El texto cifrado se obtiene al leer en vertical desde arriba hacia abajo empezando por la izquierda, es decir, de columna en columna.

Ejemplo 1: Vamos a cifrar el texto: «el taller de matemáticas»

1) 21 letras.
2) Divisores: 1, 3, 7, 21.
3) Cuadrícula: 3×7 o 7×3.
4) Por ejemplo, cuadrícula 3×7 (es decir, 3 filas y 7 columnas).
5) La cuadrícula con el texto nos queda:

e	l	t	a	l	l	e
r	d	e	m	a	t	e
m	a	t	i	c	a	s

6) El texto cifrado es:

E	R	M	L	D	A	T	E	T	A	M	I	L	A	C	L	T	A	E	E	S

Ejemplo 2: Cifrar el texto del ejemplo anterior pero ahora utilizando una cuadrícula de 7×3:

El texto cifrado es:

Si al contar el número de letras del texto se obtiene un número primo, es decir, el texto solo tiene por divisores el 1 y el propio número, es aconsejable añadir una letra (un espacio en blanco) para poder cifrar dicho texto ya que así se obtendrá un número compuesto que tendrá muchos más divisores.

Ejemplo 3: Cifrar el texto: «matemáticas»

1) Salen 11 letras, como es un número primo, añadimos un espacio en blanco (que lo indicaremos con un guión «–»), y así tenemos 12 letras en total.
2) Divisores; 1, 2, 3, 4, 6 y 12.
3) Posibilidades: 1×12, 2×6, 3×4, 12×1, 6×12, 4×3 (Es obvio que tanto 1×12 como 12×1 no se van a usar, ya que el texto quedaría tal cual).
4) Por ejemplo, usamos la cuadrícula 3×4 (3 filas y 4 columnas).
5) Dicha cuadrícula con el texto nos queda:

m	a	t	e
m	a	t	i
c	a	s	–

6) El texto cifrado es:

M	M	C	A	A	A	T	T	S	E	I	–

Probar ahora a cifrar dicho texto con otras cuadrículas:

a) 2×6:

El texto cifrado es:

b) 6×2:

El texto cifrado es:

c) 4×3:

El texto cifrado es

Para descifrar un determinado texto, se deben seguir los siguientes pasos:

1) Contar el número de letras que tiene dicho texto.
2) Obtener los divisores de dicho número.
3) Se pueden usar diferentes cuadrículas, en función de las posibilidades que den los divisores obtenidos en el paso anterior (filas × columnas).
4) Dibujar la cuadrícula (filas × columnas).
5) Escribir el texto en vertical, empezando por la casilla que está más arriba y a la izquierda. Es decir, se debe ir rellenando columnas.
6) El texto descifrado se obtiene al leer en horizontal desde arriba empezando por la izquierda, es decir, de fila en fila.

Ejemplo 4: Ahora proponemos la realización de la operación inversa, es decir, descifrar el texto:

P	I	A	R	R	C	O	E	A	N	M	C	T	O	I	O	S	O	N	D	N	O	E	E	S	V	S

El texto descifrado es:

Conclusiones

La puesta en práctica en clase con nuestros alumnos es muy dinámica, ya que por un lado muestran interés por un tema que no lo han tratado en su clase habitual de matemáticas, y por otro porque ponen en práctica los contenidos que han visto y trabajado en su clase de matemáticas, como son los números naturales, sus divisores y sus múltiplos y números primos y números compuestos. Además, la presencia de otra persona diferente o ajena a sus maestros o profesores del día a día, también les sirve de motivación. Se suele aprovechar la semana matemática de los centros, y en concreto el programa de Conexión Matemática para desarrollar este tipo de actividades. También en la asignatura del Taller de Matemáticas.

En el próximo artículo de criptografía para principiantes veremos el *método de Della Porta*.

Referencias bibliográficas

TÁBARA, J. L. (s. f.) *Breve historia de la Criptografía Clásica*, descargada de la web Matemática Educativa. <http://www.matematicaeducativa.com/foro/download/file.php?id=1051>.

Escítala, (2020), en *Wikipedia*, recuperado el 23 de enero de 2021 de <https://es.wikipedia.org/wiki/Esc%C3%ADtala>.

Plutarco, (2021), en *Wikipedia*, recuperado el 23 de enero de 2021 de <https://es.wikipedia.org/wiki/Plutarco>.

Talleres de Conexión Matemática impartidos por el autor del presente artículo.

Director: Ricardo Alonso Liarte (IES Salvador Victoria, Monreal del Campo)

Consejo de Redacción: Alberto Elduque Palomo (Departamento de matemáticas de la Universidad de Zaragoza), M.ª Ángeles Esteban Polo (CEIP Josefa Amar y Borbón, Zaragoza), Julio Sancho Rocher (IES Avempace, Zaragoza).

Entorno Abierto es una publicación digital bimestral que se edita en Zaragoza por la Sociedad Aragonesa «Pedro Sánchez Ciruelo» de Profesores de Matemáticas. *Entorno Abierto* no se identifica necesariamente con las opiniones vertidas en las colaboraciones firmadas.

Envío de colaboraciones a <sapmciruelos@gmail.com>

Blog: <http://sapmatematicas.blogspot.com.es/>

Twitter: @SAPMciruelos

Enero de 2021
ISSN: 2386-8821e

BY NC SA