

Posibilidades de GeoGebra para mejorar aspectos didácticos en las primeras etapas de escolarización

por

CARMEN SOGUERO PAMPLONA
(IES Valle del Jiloca, Calamocha)

El primer fin de semana de octubre se celebró en Cuenca el V Día Nacional de GeoGebra, punto de encuentro de docentes interesados por el uso de dicho software en el aula de Matemáticas.

Afortunadamente, tuve la oportunidad de participar compartiendo el punto de vista de nuestro grupo de trabajo, MatemaTICinfantil, en lo que se refiere a las posibilidades que tiene GeoGebra a la hora de mejorar diversos aspectos didácticos en la enseñanza de las matemáticas, dentro de los primeros años de escolarización.

La presencia del profesorado de Educación Infantil y primeros cursos de Educación Primaria no suele ser mayoritaria en este tipo de encuentros.

La opinión más extendida sobre la utilidad de GeoGebra la considera una herramienta que permite visualizar de forma dinámica y manipulativa multitud de aspectos de los contenidos matemáticos más o menos elevados. Y parece claro que, de no disponer de ella o una similar, tendríamos que apoyar nuestras explicaciones exclusivamente en dibujos e intervenciones orales. Esa es la clave del éxito del programa.

Esta capacidad de manipulación que permite, parece ser más útil cuanto más alto es el nivel del alumnado al que nos dirigimos. Haciendo una búsqueda de aplicaciones para sacarle provecho al móvil trabajando las matemáticas, me encontré con esta descripción de GeoGebra, que aparecía en el listado de reseñas, junto con otras aplicaciones:

GeoGebra [...] permite resolver problemas, hacer gráficas de funciones, curvas en polares y paramétricas. realizar estadísticas y cálculos, [...] obtener integrales y derivadas...

Este enfoque, nos lleva a pensar que la utilidad del programa es mayor cuanto mayor sea el nivel académico del alumnado con el que se trabaja. Tal vez por eso se tardó tanto en trabajar con el programa los contenidos de los cursos iniciales de la escolarización.

El 24 de noviembre de 2012, los Institutos GeoGebra españoles realizaron el II Día GeoGebra en Segovia. Allí conocimos a Markus Hohenwarter, creador de la primera versión del programa, quien en su esperada y celebrada intervención habló con orgullo de que GeoGebra se estaba utilizando desde Primaria hasta niveles universitarios, nombrando Primaria como algo excepcionalmente creativo, y excluyendo el uso de GeoGebra en la etapa de Infantil.

Sin embargo, ya entonces había aportaciones de *applets* creados para esta etapa. De hecho, en ese II Día de GeoGebra, el grupo MatemaTICinfantil, participó con la comunicación «GeoGebra en la PDI de Educación Infantil».



Figura 1. Portada de la comunicación en el II Día de GeoGebra

Desde 2012, el número de applets creados para ser usados en esta etapa se ha multiplicado. Y es que, las posibilidades de este programa para las primeras etapas de escolarización son muchas... pero con un enfoque diferente.

Se pueden emplear las posibilidades de programación de la aplicación para crear los applets, y pedir a los niños que resuelvan, de forma guiada, situaciones problemáticas a su nivel.

Veamos qué podemos hacer en Educación Infantil con GeoGebra.

GeoGebra como herramienta docente

Podemos considerar tres niveles en el uso de GeoGebra como herramienta docente. Si los ordenamos por dificultad creciente desde el punto de vista del alumnado como usuario, podemos hablar de un uso:

- Transparente. Se trata de emplear los *applets* ya diseñados, a través de un navegador, sin necesidad de usar herramientas específicas de GeoGebra, más allá de arrastrar, dibujar o escribir texto y números. Los alumnos que usen los *applets* de este modo no necesitan ningún conocimiento de GeoGebra. El profesorado que use *applets* ya construidos, tampoco. Es decir, es una herramienta que no requiere ningún aprendizaje previo en su conocimiento y utilización para el profesorado.
- Como soporte para investigación. El docente prepara una actividad cuyas herramientas pueda usar el alumnado para resolver cuestiones, de forma guiada o no, mediante preguntas. El alumnado usará herramientas específicas (geométricas, algebraicas, analíticas...) para resolver las cuestiones en una pequeña investigación con un objetivo didáctico.
- Como herramienta de creación de contenido. El docente explica el funcionamiento del programa al alumnado, el cual crea un *applet* que cumpla los requisitos que el profesor marca con un objetivo de aprendizaje concreto.

Si analizamos la incidencia de estos tres enfoques de GeoGebra en los distintos niveles académicos no universitarios, encontramos lo reflejado en la figura 2. Lógicamente, hay excepciones y la forma de trabajar con el programa en cada etapa depende de las decisiones del docente, pero podemos afirmar que en Educación Infantil y primeros cursos de Primaria, GeoGebra se va a usar, casi exclusivamente, de forma transparente, dada la falta de autonomía digital y de conocimientos del alumnado.

Por otra parte, en segundo y tercer ciclo de Primaria, se mantendrá el uso transparente de *applets*, pero ya combinado con pequeñas situaciones de investigación que puede plantear el docente a partir del programa, como el desarrollo de una clasificación de cuadriláteros, o de perímetros de figuras...

Por último, en Secundaria y Bachillerato predominará este último uso como herramienta de investigación, combinado con pequeños trabajos de creación con un objetivo claro, ya que el alumnado tiene la suficiente autonomía.

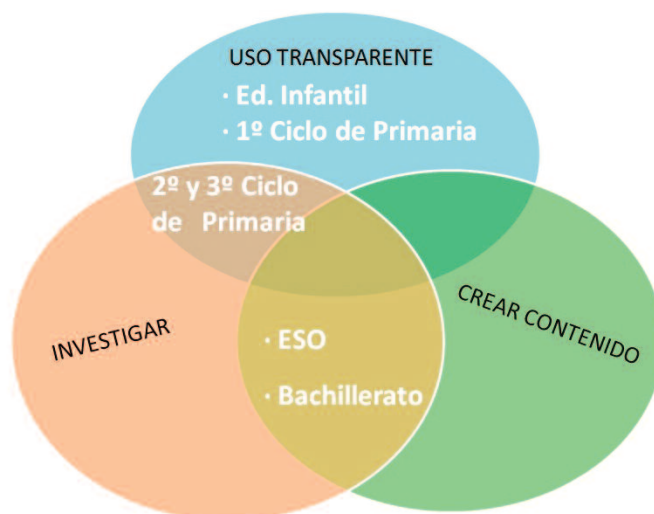


Figura 2. Niveles de uso de GeoGebra como herramienta docente

Así pues, centrándonos de nuevo en Educación Infantil, para hacer uso de GeoGebra de forma transparente, podemos crear nuestros propios applets programando. Pero también podemos usar *applets* ya contruidos, con lo que no es necesario tener conocimientos del programa. Esto, sumado a la presencia cada vez mayor de PDI o pantallas interactivas en la aulas, permite que cualquier docente de estos cursos pueda comenzar ya a usar GeoGebra en ellas.

Lo que sí es necesario es conocer los contenidos matemáticos que hay que trabajar y los aspectos didácticos necesarios para impartirlos.

En cuanto a la distribución de los saberes, comentaremos para el que no esté al tanto del currículo de Educación Infantil, que se agrupan en torno a tres áreas de conocimiento de carácter claramente competencial:

- *Crecimiento en armonía*. Abarca todo lo relacionado con el conocimiento y cuidado de sí mismo y su propio cuerpo.
- *Descubrimiento y exploración del entorno*. Incluye todo lo relativo a las interacciones con el mundo que les rodea. O sea, les enseña a mirar hacia adentro de si mismos.
- *Comunicación y representación de la realidad*. Alude a los códigos que permiten la comunicación (idiomas, artes...) y les permite mirar hacia afuera.

La clave de la etapa está en la interdisciplinariedad de estas áreas. El currículo de Infantil es un currículo integrado. Es decir, igual que en la realidad las distintas disciplinas aparecen mezcladas, aquí se pretende lo mismo: que el aprendizaje esté lo más pegado a la realidad posible.



Figura 3. La habitación de Arlés

Así, podríamos explicar matemáticas en Crecimiento en armonía (¿Cuántos dedos tengo en una mano?) o en Comunicación y representación de la realidad (las matemáticas sirven para comunicar datos, son un código). Pero el peso de las matemáticas está en el área Descubrimiento del entorno.

Los saberes básicos que se abordan en esta etapa se encuentran en los siguientes bloques clásicos de contenidos:

- *Habilidades lógicas*. Son fundamentales para una correcta comprensión posterior de los conceptos numéricos. Se trabaja con colecciones (centraciones, decantaciones, clasificaciones, emparejamientos, seriaciones, ordenaciones...). Un ejemplo de *applet* de GeoGebra que permitiría desarrollar esta parte es *En el firmamento*.

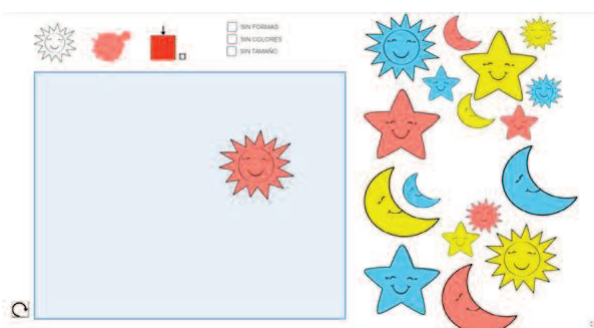


Figura 4. En el firmamento

- *Números*. Es importante que comprendan sus distintos significados (cardinal, ordinal, medida y código). También que conozcan la serie numérica (oral y escrita), los recuentos y las sumas y restas a partir de estos últimos. Hay muchos ejemplos de *applets* que trabajan estos contenidos. Por ejemplo, *¿Cuántas plumas hay?* permite practicar con recuentos y sumas.

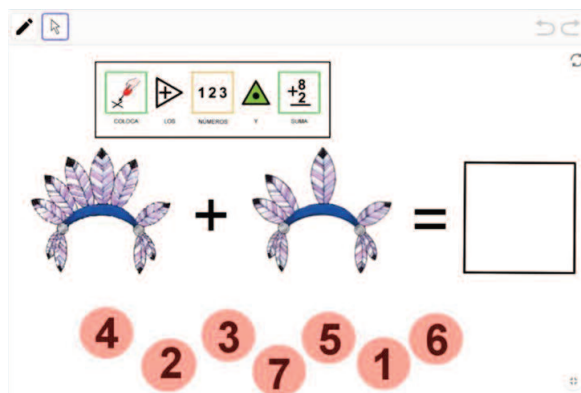


Figura 5. ¿Cuántas plumas hay?

- *Medida*. Los conceptos de magnitud, medida y unidades se introducen en esta etapa. Es muy importante que se trabajen manipulativamente con elementos del entorno. Preferentemente se utilizan unidades de medida antropométricas o arbitrarias, y las magnitudes manejadas son longitud, masa/peso, capacidad y tiempo. Como ejemplo de actividad para tratar esta última magnitud tenemos *Rutinas de cada día* que ofrece viñetas para ordenar los acontecimientos de una secuencia.



Figura 6. Rutinas de cada día

- *Geometría*. Esta parte se trabaja desde una doble vertiente en Educación infantil. Por una parte se aborda la orientación en el espacio (conceptos como arriba, abajo, sobre, al lado de, delante de, detrás de, izquierda, derecha...) y por otra las formas geométricas básicas (líneas abiertas y cerradas, cuadrado, rectángulo, triángulo y círculo). Como ejemplo de *applet* que trabaje la primera tenemos *Plano de la ciudad* en la que los niños deben orientar el movimiento en el plano del personaje interpretando las instrucciones que aparecen con forma de flechas. En cuanto a las formas, hay muchas, pero podemos ver, por ejemplo, *Reconoce la figura* en la que se combinan elementos cotidianos con figuras en 3D. También cuenta con una propuesta para trabajar manipulativamente de forma previa.



Figura 7. Plano de la ciudad

Aunque no queda explícito en el currículo en Educación Infantil también se pueden abordar contenidos de otros aspectos de las matemáticas, como es el caso de la estadística, la probabilidad o los repartos:

- *Estadística y probabilidad.* Se pueden introducir sin hacer uso de los términos específicos. En concreto, es fácil introducir, a partir de actos cotidianos, la recogida de datos, la representación mediante pictogramas y barras o la anticipación de los resultados más probables. Por poner un par de ejemplos nombraremos la aplicación *¿Cómo son tus calcetines?* que permite trabajar la recogida de datos y la representación en diagramas de barras, así como sacar conclusiones a partir de ellos. Y *¡Al agua, patos!*, juego en el que acaban comprendiendo que no con todas las decisiones tienen la misma probabilidad de ganar, lo que les lleva a la construcción de estrategias.

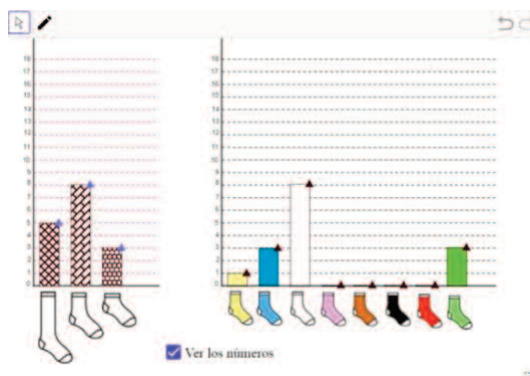


Figura 8. ¿Cómo son tus calcetines?

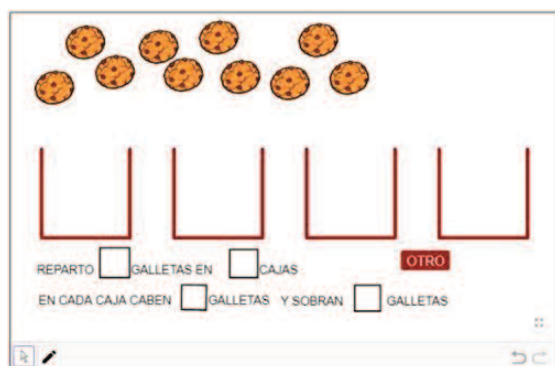


Figura 9. Reparto de galletas

- *Introducción a los repartos.* A través de algo tan cotidiano como es el reparto igualitario de objetos entre individuos podemos hacer una introducción al concepto de la división entera, así como a sus elementos (dividendo, divisor, cociente y resto) sin llegar a nombrarlas de esta manera. Un ejemplo de este caso es el *applet Reparto de galletas* en el que deben colocar un número aleatorio de galletas en un número aleatorio de cajas, quedando en evidencia los elementos de la división.

Si es importante conocer los contenidos que se deben trabajar (el qué), no lo es menos el conocimiento de la didáctica de los mismos (el cómo).

Aunque no nos extenderemos mucho con esto, sí debemos señalar que las diversas leyes de educación han ido llevándonos hacia el modelo constructivista del aprendizaje, con los debidos matices derivados de los estudios que se han llevado a cabo durante el siglo XX.

Abreviando mucho diremos que hay dos aspectos cuya importancia es fundamental a la hora de abordar cómo trabajar las matemáticas en el aula: la importancia de la implicación del alumno en su proceso de aprendizaje y la importancia de la interacción social en dicho proceso. Y GeoGebra nos ayuda a incorporar estos dos aspectos a nuestras aulas. Por ejemplo, si volvemos al juego *¡Al agua, patos!* vemos que fomenta la implicación del alumnado y el desarrollo de estrategias (en qué piedras debo colocar a mis patos para tener mayores probabilidades de ganar). Y además, nos permite realizar con él una actividad en gran grupo, mediante el uso de la pizarra digital interactiva, lo que potencia el aprendizaje en sociedad de que hablábamos en el párrafo anterior.



Figura 10. ¡Al agua, patos!

El papel de las TIC en estas etapas

Hemos visto las posibilidades que nos ofrece GeoGebra para el desarrollo del currículo. Pero ¿Qué papel juegan las TIC en estas etapas? ¿Es adecuado utilizarlas de forma tan temprana? ¿Puede emplearse como herramienta única para introducir contenidos o es conveniente su combinación con otras?

Alsina (2019), en su propuesta de «itinerarios didácticos», tanto de 6 a 12 años como de 0 a 3 años, sugiere una jerarquía de contextos y niveles de enseñanza: los contextos informales, intermedios y formales, que dan lugar a tres niveles de enseñanza por los que debe pasar cualquier alumno en su proceso de aprendizaje de un contenido.

Los contextos informales se emplearían en un primer nivel en el que es necesario ligar el objeto matemático con el mundo real del alumno. La actividad debe arrancar de una situación de la vida cotidiana lo que incrementará el interés y fomentará la creatividad del alumnado. Implica materiales manipulativos y juegos que aseguran una mayor implicación y, por tanto, una mayor eficiencia en el aprendizaje.

En un segundo nivel se usarían contextos intermedios. Ya no trabajamos directamente con la realidad ni con objetos reales, sino con representaciones, evocaciones o construcciones mentales de los mismos. Por eso, estos contextos elevan un grado el nivel de abstracción. Es el caso de las canciones o los cuentos, en los que aparecen personajes, escenarios y situaciones sencillas que los niños evocan sin encontrarse físicamente en ellas.

En este nivel aparecen también los recursos tecnológicos, entre los que se encontrarían los *applets* con los que trabajamos. En ellos, los niños hacen una inmersión en una realidad representada, no real, lo que les ayuda a aumentar su capacidad de abstracción. Los contextos intermedios tienen un papel de pasarela entre los contextos informales y los formales, ayudando al alumnado a llevar a cabo esa transición que deben desarrollar a lo largo de toda la escolarización.

Por último, en un tercer nivel encontramos los contextos formales, que son aquellos que ya emplean un lenguaje propio de las matemáticas, con notación específica, necesaria por otra parte para desarrollar los contenidos avanzados. Estamos hablando de materiales impresos, pero también en formato digital, como los *applets* de GeoGebra como herramientas para investigar y crear, con pleno uso de los códigos matemáticos como comentábamos al principio.

La utilización de los tres contextos es conveniente en todos los niveles académicos, aunque no en el mismo grado, lógicamente.

En la figura 11 los triángulos quieren representar la intensidad con que se podrían emplear los distintos contextos en las aulas. En los primeros años de escolarización, los contextos informales tienen que ser la base del aprendizaje: el uso de situaciones cotidianas y materiales manipulativos es fundamental y debe ser mayoritario en estas etapas. Sin embargo, la introducción de contextos intermedios, por ejemplo, los *applets* GeoGebra, les permitirán iniciarse de forma natural en el camino hacia la abstracción que requiere el aprendizaje de las matemáticas. Y los contextos formales, deben tener una intervención mínima. Necesaria pero pequeña: por ejemplo, deben introducirse el trazado de cifras, y es imprescindible el uso de materiales impresos, tipo «fichas», pero no debe ser mayoritario en la ocupación del tiempo.

En niveles superiores, como Secundaria o Bachillerato, el triángulo se invierte: Si bien es necesario ligar con la realidad (contextos informales) la introducción de los conceptos, los recursos que nos permitan la abstracción deben ser mayoritarios. Y el segundo y tercer ciclo de Primaria es una etapa intermedia en la que seguirán presentes los contextos informales, pero ganarán peso los intermedios y, poco a poco, los formales.

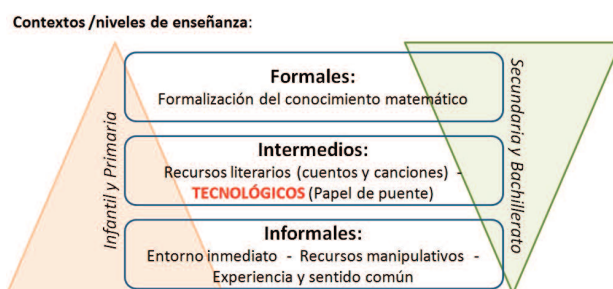


Figura 11. Tipos de contextos en la enseñanza/aprendizaje de las matemáticas

¿Por qué GeoGebra en estas etapas?

Como acabamos de ver, GeoGebra se enmarcaría dentro de los contextos intermedios como recurso tecnológico. Pero no se trata de usar GeoGebra por la propia herramienta, sino porque mis clases mejoran: si la empleo, les doy facilidades a mis alumnos para aprender. Por tanto, los *applets* deben aportar a nuestra clase algún aspecto que no nos aporta el trabajo sin *applet*. Ante cada creación debemos hacernos esa pregunta: ¿qué nos aporta?

En general, los *applet* mejoran los siguientes aspectos, incluso en actividades que son fácilmente implementables con papel, sin TIC:

- Agrupamientos: El *applet* permite participar a toda la clase en la actividad a la vez, facilitando esa idea de aprendizaje social. Sin la pizarra digital interactiva no podríamos lanzar algunas preguntas ricas como ¿Qué opináis de...? Estas permiten una puesta en común de soluciones, que pone de manifiesto el desequilibrio intraindividual e interindividual del que habla el modelo constructivista. Por otro lado permite un trabajo por rincones (pequeño grupo), en el que los alumnos desarrollan aprendizaje entre iguales, o individual, con la guía constante del docente.
- Renovar las condiciones iniciales: Al pinchar el botón de comenzar de nuevo, las condiciones iniciales cambian, lo que nos brinda una actividad similar en contenidos a la anterior pero diferente en los datos manejados. Esto proporciona infinidad de ejercicios, y la posibilidad de que todos los niños participen sin repetir la actividad ya realizada.
- Visualizar los resultados conjuntos. En algunos *applets*, los datos manejados quedan expuestos para su valoración global, lo que permite un análisis somero de lo realizado.
- Trabajo interdisciplinar. La ambientación de los *applets* permite abordar aspectos relativos a otras áreas de forma integrada.
- Aumentar la motivación por medio de:
 - Trabajo en grupo: siempre es más motivador el intercambio social que el trabajo individual.
 - Aspecto colorido: Muy motivador en estas edades, es fácil de conseguir con los *applets*.
 - Nuevos retos: al actualizar el *applet*, la situación cambia y les anima a abordar de nuevo la tarea.

¿Cómo utilizar GeoGebra en las aulas de los más pequeños?

Cuando decidimos llevar los *applets* a nuestro aula, debemos tener en cuenta algunos aspectos ligados a las características del alumnado al que los dirigimos. Comentaremos algunos:

- El alumnado no tiene autonomía digital. Son edades en las que es imprescindible la guía e interpretación del docente. Por ello, es interesante que las actividades no tengan una respuesta automática. Que no sea el programa el que indique al alumno si su respuesta ha sido correcta o no, sino que el docente dirija la actividad hacia el aprendizaje que quiere conseguir. Resultan así actividades abiertas, que el maestro emplea según su criterio y que facilitan la atención a la diversidad, ya que la forma de trabajar con ellas variará según el tipo de alumnado que se tenga. Las preguntas planteadas a partir del *applet* serán las que el docente estime oportunas en cada momento y, por tanto, la respuesta correcta no será única. Un ejemplo de actividad que facilita su uso abierto es *Número diana-1*. En él se propone la descomposición de números como suma de otros. Cuando la descomposición se ha hecho, el programa no indica si es correcta o no. Está en la mano del docente poner restricciones y hacer preguntas ricas, como limitar el uso de números a los pares o impares y ver qué pasa.
- Otro aspecto a tener en cuenta al llevar los *applets* al aula son las posibilidades de agrupamientos que se pueden implementar. Si se trabaja en gran grupo necesitaremos una pizarra digital interactiva para proyectar y trabajar la propuesta. Un alumno, que va rotando, sale a la pizarra a manejar el *applet* mientras los demás opinan y corrigen su trabajo. Esta forma de utilizar GeoGebra fomenta el espíritu crítico en el alumnado. Toman consciencia

de que su solución no es la única y ponen en duda sus conclusiones, planteando nuevas estrategias. Por otra parte facilita la verbalización de los conceptos, ya que los niños deben explicar a los demás su punto de vista y sus soluciones a la situación. En este [vídeo](#) se muestra un ejemplo de este agrupamiento. Están utilizando la aplicación *¡Nos vamos en tren!*



Figura 12. Trabajando en gran grupo

Pero también se puede trabajar con GeoGebra en pequeño grupo, por rincones, de modo que el apoyo entre iguales les ayuda a comprender las situaciones planteadas, siempre con la supervisión y guía del maestro. En este caso, necesitaremos disponer de algunos portátiles o *tablets* para implementar los rincones. En el siguiente [vídeo](#) vemos a varios alumnos trabajando con *tablets* la aplicación *Espantapájaros 3D*. Finalmente, se cierra la actividad proyectando las soluciones de los niños en la pizarra digital y mientras todos opinan sobre ellas.



Figura 13. Trabajando en pequeño grupo

Por último podemos considerar el trabajo individual con los *applets*, haciendo uso de *tablets* o portátiles, siempre con la guía del docente. Esta configuración es especialmente útil en el tratamiento de la diversidad en el aula. En el siguiente [vídeo](#) podemos ver cómo se trabaja con un alumno con síndrome de Down de un modo personalizado. *¡Despegamos!*



Figura 14. Trabajo individual

Considerando más aspectos que nos ayudan a ver cómo usar GeoGebra en el aula no podemos dejar de señalar algo que ya hemos comentado más arriba: la necesidad de mantener el trabajo manipulativo en el aula. Por eso, una manera de emplear los *applets* con el alumnado de Infantil es combinarlos con el uso de materiales manipulativos, con los que comparten elementos, como diseño, objetos, etc. Un ejemplo de esta manera de llevar GeoGebra al aula lo tenemos en la aplicación *Carrera de ranas*, como puede observarse en este [video](#). La actividad cuenta con una primera fase por equipos, durante la que se lleva a cabo una carrera por equipos en la que los niños practican la medida de longitudes con unidades arbitrarias sobre unos manteles de fieltro que simulan ríos. La segunda fase se desarrolla en la pizarra digital interactiva, en gran grupo, llevando a un equipo ganador final de la carrera.

GeoGebra también nos facilita el trabajo con dos tipos de elementos muy motivadores para los niños de estas edades: los cuentos y las canciones. Tanto si se trata de composiciones tradicionales, como si son de nueva creación, GeoGebra les va a permitir participar de forma activa en el desarrollo de la trama y en la interpretación de las canciones, lo que asegura la implicación de los niños en el proceso. Por ejemplo, el libro *Ricitos de oro y las mates* () propone una serie de actividades para llevar a cabo después de haber trabajado el cuento, para lo que incluye también material manipulativo similar a los elementos del *applet*.

Por último, aunque es casi obvio, cabe señalar que el aspecto colorido e infantil de los *applets* resulta un poderoso atractivo para los niños, suponiendo un extra de motivación para ellos.

¿De qué materiales disponemos?

Como hemos comentado al principio del artículo, cada vez hay más *applets* dirigidos a los primeros cursos de escolarización, listos para usar:

- Para encontrarlos basta con usar el [tip «Infantil» en la página de recursos](#) de GeoGebra. El acceso es sencillo, siempre con un navegador.
- También podemos encontrar una recopilación de [recursos de GeoGebra para Infantil en la página MatesGG](#) fruto de la colaboración entre el INTEF y la FESPM. Incluyen propuestas de uso y orientaciones didácticas.
- Por otra parte nuestro grupo de trabajo, [MatemaTICinfantil](#), cuenta con una [página web](#) cuyo acceso es libre y gratuito y en la que hay referenciados más de doscientos *applets*. En ella se comentan aspectos didácticos y propuestas de uso de los mismos. Aparecen clasificados por edades, por bloques temáticos y por tipos de actividad.
- También se puede acceder a [nuestro perfil](#) en la página de GeoGebra, donde aparece toda nuestra colección.

Como vemos, pues, no solo es factible utilizar GeoGebra como herramienta docente en Educación Infantil, sino que su adecuado uso facilita los procesos de aprendizaje en esta etapa. Incluso para el profesorado no experto en el programa, la dificultad de poner en marcha los *applets* es mínima y reporta muchas satisfacciones. Como comenta un compañero, no todos los días tras una clase de matemáticas, un niño te pide un abrazo. Con GeoGebra, a veces ocurre.

Referencias bibliográficas

ALSINA, A. (2019), *Itinerarios didácticos para la enseñanza de las matemáticas (6-12 años)*, Graó, Barcelona.