

La banda elástica virtual y el cálculo de porcentajes

por

LAURA MORERA UBEDA Y CECILIA CALVO PESCE

(Universitat Oberta de Catalunya e Innovamat; Escola Galí Bellesguard, Barcelona e Innovamat)

Esta comunicación presenta una propuesta didáctica basada en el modelo de la banda elástica virtual para la enseñanza del cálculo de porcentajes. Inspirada en investigaciones como las de Baratta y otros (2020) sobre la influencia de la estructura de las preguntas sobre porcentajes y en los modelos didácticos de Van Den Heuvel-Panhuizen (1995, 2003), la propuesta incluye actividades diseñadas y probadas con estudiantes de 13 años orientadas a una comprensión profunda del concepto de porcentaje y su aplicación en problemas realistas.

Introducción

El trabajo con porcentajes es fundamental para que los estudiantes comparen cantidades y comprendan relaciones numéricas en diversos contextos. Su utilidad va más allá del ámbito escolar, ya que los porcentajes están presentes constantemente en la vida cotidiana: en descuentos, estadísticas, impuestos, intereses e interpretación de datos en medios de comunicación. Dominar este concepto facilita el aprendizaje de otros contenidos matemáticos, sino que les ayuda a desenvolverse con mayor seguridad en distintos ámbitos.

La complejidad numérica de las cantidades involucradas influye en el cálculo de un porcentaje: resulta más difícil para un alumno calcular el 57% de 45 que el 75% de 45. Pero también influye la tipología de pregunta: es más difícil para un alumno calcular, por ejemplo, qué porcentaje representa 60 respecto a 80 que calcular el 85% de 170 (Baratta y otros, 2020, Van Den Heuvel-Panhuizen, 1995). En la siguiente tabla se presentan los nueve tipos de preguntas de porcentajes a los que haremos referencia en esta propuesta, acompañados de ejemplos ilustrativos:

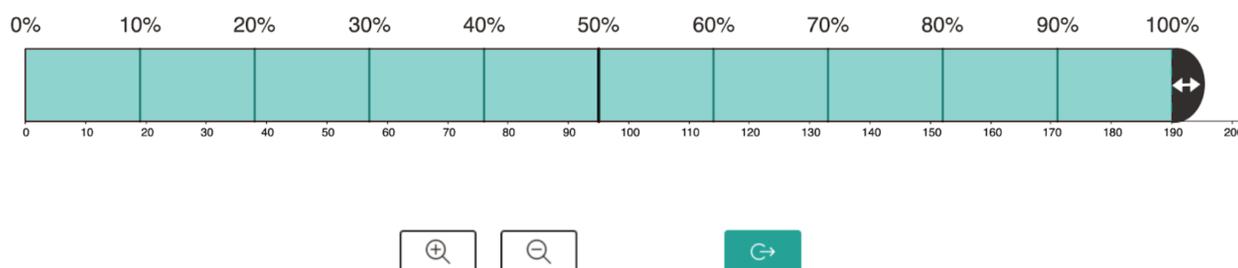
<p>C_1: $x\%$ de la cantidad $y = ?$</p> <p>¿Cuánto es el 85% de 340?</p>	<p>C_2: $? \%$ de la cantidad $y = z$</p> <p>¿Qué porcentaje representa 289 respecto de 340?</p>	<p>C_3: $x\%$ de la cantidad $? = z$</p> <p>¿A qué cantidad se le calculó el 85% si el resultado es 289?</p>
<p>A_1: Aumentar $x\%$ la cantidad $y = ?$</p> <p>¿Cuánto costará un objeto de 350 € tras un aumento del 12%?</p>	<p>A_2: Aumentar $? \%$ la cantidad $y = z$</p> <p>¿Cuánto costaba un objeto si, tras un aumento del 12%, cuesta 394 €?</p>	<p>A_3: Aumentar $x\%$ la cantidad $? = z$</p> <p>¿Cuál es el incremento porcentual de un precio que pasa de 350 € a 394 €?</p>
<p>D_1: Disminuir $x\%$ la cantidad $y = ?$</p> <p>¿Cuánto costará un objeto de 340 € después de que el precio se rebaje en un 15%?</p>	<p>D_2: Disminuir $? \%$ la cantidad $y = z$</p> <p>¿Cuánto costaba un objeto que después de descontarle un 15% ha pasado a costar 289 €?</p>	<p>D_3: Disminuir $x\%$ la cantidad $? = z$</p> <p>¿Qué descuento porcentual se aplica a un precio que pasa de 340 a 289 €?</p>

Estos nueve tipos se simplifican considerablemente cuando se trabajan paralelamente las relaciones que permiten deducir que aumentar $x\%$ una cantidad es lo mismo que calcular $(100 + x)\%$ de dicha cantidad o que disminuir $x\%$ una cantidad es lo mismo que calcular $(100 - x)\%$ de dicha cantidad.

Baratta y otros (2020) y Van Den Heuvel-Panhuizen (1995) destacan la conveniencia de que en lugar de enseñar métodos separados para cada una de las tipologías de preguntas de porcentajes, se presente una misma estrategia

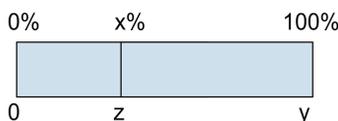
que se aplique a todas ellas. En este sentido, una estrategia eficaz es la doble línea numérica o banda elástica (Van den Heuvel-Panhuizen, 2003), que representa relaciones proporcionales con dos líneas paralelas: una con valores absolutos y otra con porcentajes. Su flexibilidad permite visualizar cambios relativos y refuerza la comprensión de los porcentajes como relaciones de proporcionalidad. Este modelo ayuda a los estudiantes a establecer conexiones entre diferentes representaciones y a desarrollar una comprensión más profunda de los porcentajes.

En esta propuesta se trabaja con una [versión virtual de la banda elástica](#), desarrollada con GeoGebra.



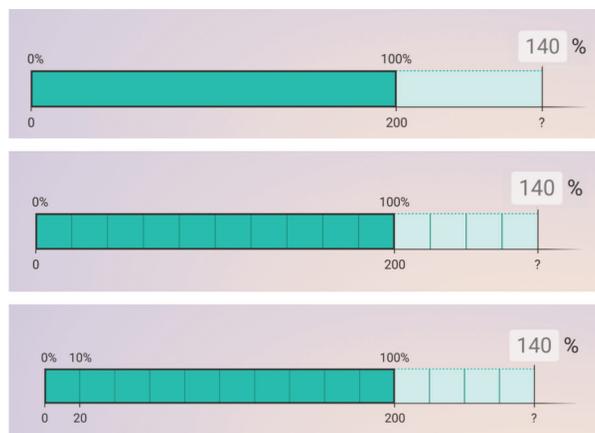
Propuesta didáctica

La banda elástica permite entender cómo se agrupan en una sola los tres tipos básicos de cuestiones de porcentaje.

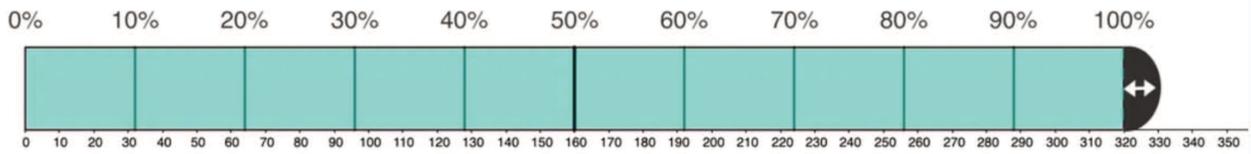


<p>C_1: $x\%$ de la cantidad $y = ?$ ¿Cuánto es el 85% de 340?</p>	<p>C_2: $?%$ de la cantidad $y = z$ ¿Qué porcentaje representa 289 respecto de 340?</p>	<p>C_3: $x\%$ de la cantidad $? = z$ ¿A qué cantidad se le calculó el 85% si el resultado es 289?</p>
---	--	--

Además, el uso de una herramienta de este tipo permite diseñar ayudas didácticas progresivas para el alumnado que presenta dificultades ante una tarea del tipo. En las siguientes imágenes se puede apreciar cómo delante de un alumno que no sepa aumentar un 40% una cantidad de 200, puede visualizar la conveniencia de calcular primero el 10% de 200 y multiplicarlo por 4 o multiplicarlo por 4 para sumar luego al 200 de referencia:



También resulta muy adecuada para desarrollar estrategias de estimación de porcentajes. Por ejemplo, en la imagen siguiente se observa que 59% de 321 es aproximadamente 190.



Tras haber experimentado con la versión virtual, la doble línea estática sigue desempeñando un papel de apoyo en el trabajo de los estudiantes, como se ilustra en la siguiente imagen.

Un bajo cuesta 300 €. Si se le aplica una rebaja del 20 %, ¿cuánto costará?

Por último, la banda elástica también proporciona un entorno para proponer tareas ricas. Un ejemplo ilustrativo es el que aparece en la siguiente imagen.

Colocad dígitos del 0 al 9, sin repetir ninguno, en las casillas vacías:

¿Cuántas soluciones diferentes podéis encontrar?

La tecnología permite ir explorando y comprobando soluciones de manera interactiva.

Hasta llegar a conseguir tantas soluciones (eventualmente todas) como el alumnado se proponga:

20% de 65 = 13	60% de 45 = 27	50% de 28 = 14	50% de 68 = 34
65% de 20 = 13	45% de 60 = 27	28% de 50 = 14	68% de 50 = 34
20% de 85 = 17	80% de 45 = 36	50% de 32 = 16	50% de 72 = 36
85% de 20 = 17	45% de 80 = 36	32% de 50 = 16	72% de 50 = 36
40% de 95 = 36	80% de 95 = 76	50% de 34 = 17	50% de 76 = 38
95% de 40 = 36	95% de 80 = 76	34% de 50 = 17	76% de 50 = 38
25% de 16 = 4	75% de 12 = 9	50% de 36 = 18	50% de 78 = 39
16% de 25 = 4	12% de 75 = 9	36% de 50 = 18	78% de 50 = 39
25% de 36 = 9	75% de 24 = 18	50% de 38 = 19	50% de 82 = 41
36% de 25 = 9	24% de 75 = 18	38% de 50 = 19	82% de 50 = 41
25% de 68 = 17	75% de 48 = 36	50% de 46 = 23	50% de 86 = 43
68% de 25 = 17	48% de 75 = 36	46% de 50 = 23	86% de 50 = 43
25% de 76 = 19	75% de 84 = 63	50% de 62 = 31	50% de 92 = 46
76% de 25 = 19	84% de 75 = 63	62% de 50 = 31	92% de 50 = 46
60% de 35 = 21	50% de 26 = 13	50% de 64 = 32	50% de 96 = 48
35% de 60 = 21	26% de 50 = 13	64% de 50 = 32	96% de 50 = 48

Conclusiones

El trabajo con porcentajes en el aula no se limita al uso de la banda elástica, sino que debe complementarse con otras estrategias, como el uso de hechos conocidos y hechos derivados, que se promueven con la tarea de la siguiente imagen.

Si 2 % de 70 es 1,40	4 % de 70 es	<input type="text"/>
	6 % de 70 es	<input type="text"/>
Si 10 % de 18 es 1,8	90 % de 18 es	<input type="text"/>
	9 % de 18 es	<input type="text"/>

Pero más allá de la necesidad de hacer otro tipo de actividades, construir una versión interactiva de la doble línea numérica en GeoGebra refuerza las conclusiones de Van den Heuvel-Panhuizen (2003) al permitir que los estudiantes exploren visual y dinámicamente las relaciones proporcionales. Esto favorece la transición del modelo como herramienta informal a su uso estructurado en la resolución de problemas. La interactividad facilita la comprensión progresiva de los porcentajes, alineándose con la idea de que los modelos deben evolucionar con el aprendizaje, y unificando la manera en que la línea numérica doble permite unificar las diferentes tipologías de cuestiones relativas al cálculo de porcentajes.

Referencias bibliográficas

BARATTA, W., y OTROS. (2020), «Percentages: The Effect of Problem Structure, Number Complexity and Calculation Format», en L. Sparrow, B. Kissane, y C. Hurst (Eds.), *Shaping the future of mathematics education: Proceedings of the 33rd annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia*, Fremantle, MERGA.

VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, M. (1995), «Student-generated problems: Easy and difficult problems on percentage», *For the Learning of Mathematics* 15, 3, 21-27.

— (2003), «The didactical use of models in realistic mathematics education: An example from a longitudinal trajectory on percentage» *Educational Studies in Mathematics*, 54(1), 9-35. DOI:10.1023/B:EDUC.0000005212.03219.dc.