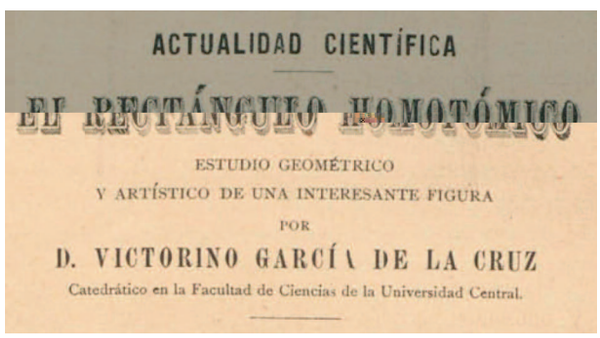
El rectángulo homotómico

por
Ricardo Alonso Liarte
(IES Salvador Victoria, Monreal del Campo)

La navegación por internet te lleva a veces a realizar paradas que no estaban previstas, y a partir de ahí, iniciar recorridos con los que no contabas. Cuando el buscador te devuelve el listado de entradas sobre el tema de interés que le has manifestado, camuflada entre los numerosos enlaces que te ofrece, se agazapa esa palabra que despierta una chispa de curiosidad y que anima a tirar del hilo de un ovillo que no estaba en el cesto. Así ocurrió cuando, leyendo la primera página de la búsqueda que estaba realizando, aparecieron las palabras «rectángulo homotómico». No había escuchado nunca ese adjetivo para un rectángulo y despertó en mí la curiosidad por saber de qué se trata. Activar el enlace desencadenó un cambio de objetivo de búsqueda que me llevó a la revista *Electron*, revista decenal ilustrada del Cuerpo de Telégrafos. El primer número se publicó el 5 de febrero de 1896, y contó como primer autor a José Echegaray, entre otras cosas, matemático, de padre zaragozano y premio Nobel de Literatura.

En el número 10 de 10 de mayo de 1896, aparece, dentro de la sección «Actualidad científica», una parte del trabajo «El rectángulo homotómico. Estudio geométrico y artístico de una interesante figura» por D. Victorino García de la Cruz, catedrático en la Facultad de Ciencias de la Universidad Central, físico de formación y de profesión, siendo esta publicación su única obra con contenido matemático. A lo largo de 7 números de la revista se va desarrollando el artículo. Además del ya citado n.º 10, el texto se va desgranando en los números 11, 13, 21, 32, 34 y 40. En este último se indica que continuará pero ya no he encontrado la parte final. Los cuatro primeros artículos publicados en la revista comentan la utilidad artística y comercial del rectángulo y en los siguientes se detallan sus características geométricas. Todo el trabajo completo se publicó en un pequeño opúsculo de 34 páginas en el mismo año de 1896.


ACTUALIDAD CIENTÍFICA

EL RECTÁNGULO HOMOTÓMICO

ESTUDIO GEOMÉTRICO
Y ARTÍSTICO DE UNA INTERESANTE FIGURA
POR
D. VICTORINO GARCÍA DE LA CRUZ
Catedrático en la Facultad de Ciencias de la Universidad Central.

Figura 1. Cabecera de la sección «Actualidad científica» con el título del artículo

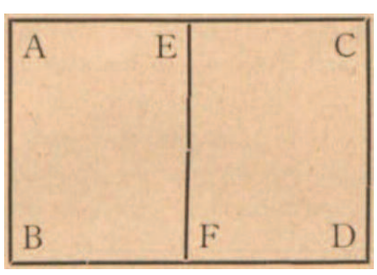


Figura 2. Rectángulo homotómico

Por si hay lectores que desconocen lo que es un rectángulo homotómico, recurrimos a la definición que da el autor: «Llámase homotómico un rectángulo *AD*, si trazando en él la recta *EF* que une los puntos medios de sus lados mayores, queda dividido en dos cuadriláteros *BE* y *FC*, semejantes al primero».

Es decir, un rectángulo cuyo lado menor es media proporcional entre el lado mayor y su mitad:

$$\frac{AC}{AB}=\frac{AB}{AE}, \text{ o bien } \frac{AC}{AB}=\frac{AB}{AC/2}, \text{ de donde } \frac{AC^2}{AB^2}=2 \text{ y por tanto } \frac{AC}{AB}=\sqrt{2}.$$

Un rectángulo homotómico es pues un rectángulo cuyos lados están en relación raíz de dos.
El interés por el estudio de este rectángulo nació en el autor en 1888 y según comenta en la introducción:

> …cuando llamó mi atención, siendo estudiante, la notable propiedad geométrica que posee el papel de tina o de barbas, cuyas hojas completas tienen figura rectangular semejante á la de los medios pliegos, á la de la cuartillas y en general, á la de todas las subdivisiones que suelen hacerse cuando aquellas se doblan ó se cortan. […] la semejanza subsiste en la serie de divisiones del cuadrilátero rectángulo.

Estas divisiones originan familias de rectángulos homotómicos, lo que le conduce a hablar de la progresión geométrica que se forma con los lados de los sucesivos rectángulos homotómicos partiendo de una longitud dada.

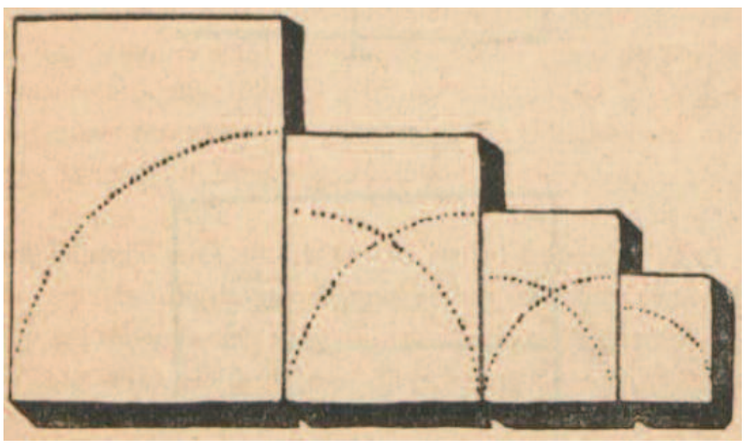


Figura 3. Progresión de rectángulos

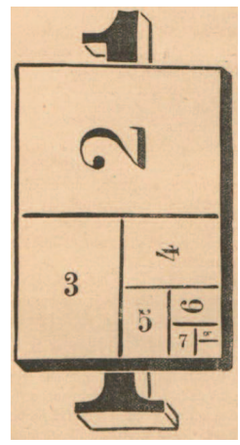


Figura 4. Serie de subdivisiones

En la actualidad, esta proporción está asociada a la norma ISO 216 que establece un estándar internacional para las dimensiones de las hojas de papel. El formato DIN, introducido en 1923 por el ingeniero alemán Walter Porstmann, selecciona una de esas familias, la que toma por rectángulo A0 el que tiene un área de un metro cuadrado.

El autor no se queda solo en el rectángulo sino que encuentra otra figura interesante: «Pronto hube de advertir que de análoga manera que al cuadrado corresponde un círculo inscripto, al rectángulo debe de corresponder una elipse con ejes de las mismas dimensiones que los dos lados; hermosa curva cerrada». Y le da el nombre de elipse escuadrimétrica, ya que el triángulo *FBF'* es una escuadra, es isósceles y rectángulo en *B*: *BF* = *OA*, por tanto en el triángulo rectángulo *BOF* se obtiene que el cateto *OF* = *OB*, es decir, el triángulo *OBF* es isósceles y su ángulo *B* será de 45º, y en consecuencia el ángulo *B* del triángulo *FBF'* será recto. La distancia interfocal *FF'* mantiene con *BF* y *BF'* la misma relación que existe entre los ejes de la elipse, raíz de dos (figura 5).

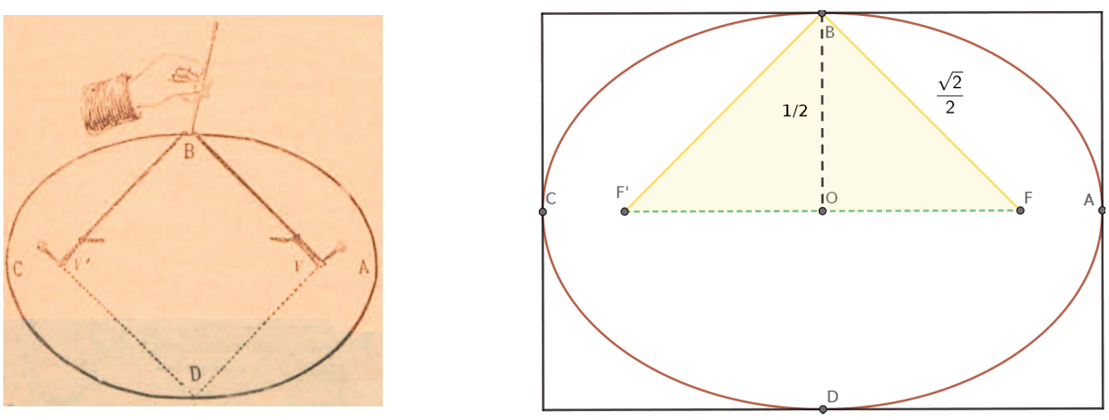


Figura 5. Elipse escuadrimétrica

Otra manera de llegar a estas figuras se encuentra a partir de un prisma cuadrado y un cilindro, cortado por un plano en un ángulo de 45 grados.

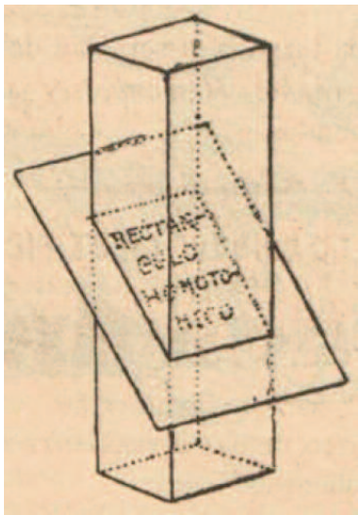


Figura 6. El rectángulo a partir de un prisma

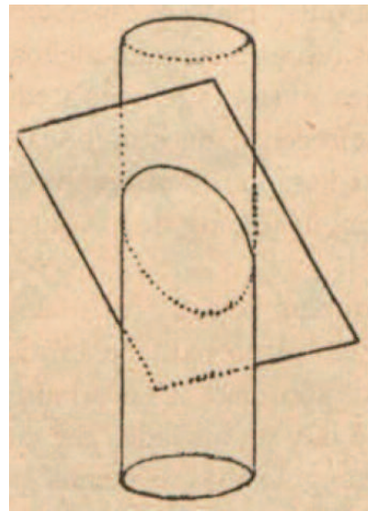


Figura 7. La elipse surge del cilindro

Según comenta el autor, tuvo la duda o la sospecha de que una teoría de carácter elemental como esta, pudiese haber sido desarrollada y publicada anteriormente, pero no halló nada al respecto: «El rectángulo y la elipse de que se habla en este trabajo pasaron inadvertidos, ó poco menos, para la Ciencia y para la Filosofía durante larga serie de siglos».

Nuevos «seres» requieren nuevos nombres. Así que recurriendo al griego como idioma más utilizado para la formación de nuevas palabras científicas, se dispuso a nombrarlos. Para el rectángulo: «El adjetivo homotómico compuesto de όμός (*homos*) semejante o parecido y de τεμνω (*temnô*) yo corto, expresa la propiedad característica del rectángulo más utilizada y más interesante».

Al buscar el nombre de la elipse procuró que apareciera la relación entre los ejes: «El prefijo latino *ex*, que indica relación de origen, y las palabras latinas *quadrare* (cuadrar) y *metrum* (medida)».

También comenta la posibilidad de que este rectángulo recibiese otros nombres, como *económico*, por sus excepcionales ventajas comerciales, o *bíblico*, «por ser el rectángulo que casi siempre se aceptó para dar forma á las hojas de papel que, como es sabido, se conservan en número prodigioso, constituyendo libros de figura semejante, aunque de distinto tamaño».

Además de destacar las ventajas del uso del rectángulo y la elipse en la industria, el autor insiste en la calidad de esta proporción dotando de gran belleza y equilibrio a las figuras, por lo que aparece de manera recurrente en las artes. De hecho, dedica una parte del texto a mostrar la aparición de este rectángulo en distintas construcciones a lo largo de la historia, aunque se centra mayoritariamente en la época griega. Esta idea del rectángulo «equilibrado», «armonioso», etc., aparece constantemente cuando el número áureo hace acto de presencia en cualquier clase, conversación o programa de radio que hable de matemáticas; y me ha recordado la experiencia que llevamos a cabo en mi centro para trabajar con la estadística en el curso 2018-2019.

En los grupos de 4.º ESO se planteó indagar sobre estas percepciones armoniosas, si de verdad se perciben tal como se cuentan, y para ello se comenzó con el diseño de una encuesta al respecto (figura 8). En primer lugar, se pedía al encuestado que dibujase un rectángulo que le pareciese equilibrado y posteriormente se le mostraban tres grupos de cinco rectángulos cada uno para que eligiese el que más le gustaba en cada uno de los tres grupos. Dichos bloques estaban formados por rectángulos de las mismas proporciones (3/2; 16/9; raíz de dos; número áureo y número cordobés), desordenados. En el primer bloque se mostraban los rectángulos solo perfilados por el perímetro; en el segundo se llenaron de color; y en el tercero se mostraban con la imagen de un cuadro. Se quería analizar si la incorporación del color o la imagen tenía alguna incidencia en el proceso de elección.

Figura 8. A los encuestados se les mostraba sin información sobre las proporciones de los lados

Se recogieron poco más de un centenar de respuestas. A la hora de dibujar los rectángulos muy pocos se ajustaron a alguna de las proporciones estudiadas, dibujando rectángulos de proporción mayor que 2 más el 90% de los encuestados. En lo que respecta a los propuestos para seleccionar, como se puede apreciar en el diagrama de barras que aparece en la figura 9, el homotómico es el menos seleccionado, contraviniendo los «gustos» manifestados en este texto de finales del XIX, y tampoco el áureo es el preferido. En los tres grupos resultó ser el de 16/9 el más elegido y prácticamente se mantienen los resultados en cada uno de los grupos, por lo que se podría afirmar que ni el color ni la imagen influyen en la elección.

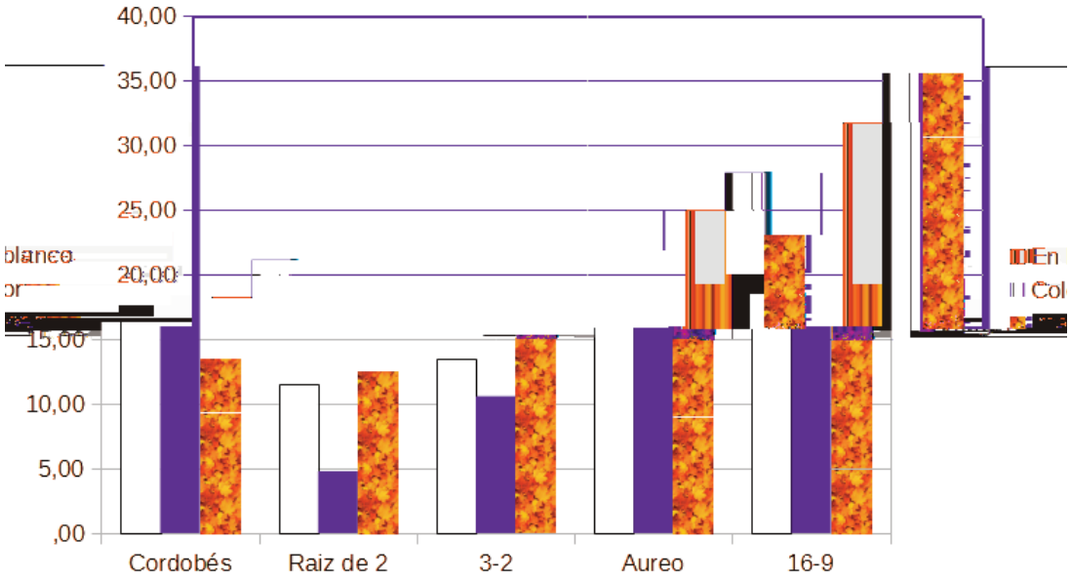


Figura 9. Gráfico de resultados

Se podrían analizar las causas o buscar relaciones entre el entorno cotidiano y los resultados (se piensa rápidamente en la supremacía de las pantallas en la vida diaria, pero también el formato A4 está omnipresente en nuestras vidas y sin embargo es el menos elegido) pero para eso sería necesario un estudio más en profundidad.

En el comienzo de este artículo destacaba las sorpresas y posibilidades que una búsqueda en internet puede provocar. En el cierre del mismo quiero animar a usar otras facetas de este mundo digital: compartir documentos, completar formularios, recoger datos, trabajar de forma colaborativa sobre un mismo documento, etc. Se podría continuar una investigación en esta línea (u otra), desde varios centros de forma conjunta. Una vez diseñada la encuesta, cada alumno se encarga de pasarla a varias personas, introducir los datos en un formulario, que se recogen en una hoja de cálculo y de esta manera se puede disponer por todos los centros participantes de una gran cantidad de datos para poder procesarlos estadísticamente.

Referencias bibliográficas

CASTAÑOS, M. (1920), «Técnica artística: El rectángulo homotómico y la elipse escuadrimética», *Revista de Arte Toledo*, Año VI, n.º 148, Toledo.

GARCÍA DE LA CRUZ, V. (1896). *El rectángulo homotómico. Estudio geométrico y artístico de una interesante figura*, Editorial Tip, A. Marzo, Madrid.

—(1896-1897). «El rectángulo homotómico. Estudio geométrico y artístico de una interesante figura», *Revista Electron*, n.º 10, 11, 13, 21, 32, 34, 40. Madrid. <https://bdh.bne.es/bnesearch/detalle/hd0028620379>.

SERRANO, M. (1900), «El rectángulo homotómico», *Revista de Archivos, Bibliotecas y Museos*, 106-107, Madrid, <https://archive.org/details/revistadearchivo4190unse/page/106/mode/2up >