

Jugando con Polyminix: un taller geométrico para jóvenes con discapacidad intelectual

por

IVELINA KRASIMIROVA TONOVA Y DIEGO TUDELA LARRAZ

(CEIP Miguel Ángel Sainz, Aldeanueva de Ebro, La Rioja; C.E.E. Jean Piaget, Zaragoza)

Enseñar matemáticas a jóvenes con discapacidad intelectual resulta un tema controvertido sobre el que existen opiniones divergentes entre los profesionales e investigadores. Hay quienes creen que las personas con discapacidad intelectual solamente pueden aprender cuestiones prácticas que les ayuden a desenvolverse en su vida diaria, reduciendo así el trabajo con matemáticas a sus aspectos más funcionales, como el uso del dinero, del reloj y la aritmética básica, mientras que otros piensan que las matemáticas ayudan a entender el mundo y por tanto merece la pena enseñárselas a todas las personas de una forma comprensiva y significativa (Faraguer, 2014; Gil Clemente, 2020).

Es habitual dedicar un gran esfuerzo a que los niños y jóvenes con discapacidad intelectual aprendan a leer y a escribir. Pero cuando se trata de enseñar matemáticas, muchos maestros adoptan un enfoque reduccionista (lectura de cifras, contar, y algoritmos de las operaciones de forma mecánica) porque piensan que no pueden aspirar a más. Sin embargo, adoptando un enfoque más amplio (Monari, 1998), aprender matemáticas les ofrece la posibilidad de adentrarse en el mundo de la cultura y es una forma de inclusión social.

Este trabajo presenta un Taller de Geometría para jóvenes con discapacidad intelectual, que fue la base del Trabajo Fin de Grado de uno de los autores y que se llevó a cabo en dos colegios de educación especial de Zaragoza. La elección del taller como forma de trabajo se basó en dos pilares:

- El uso de la geometría por sus virtudes formativas para las personas con discapacidad intelectual ya que es un medio para conocer y entender el mundo físico, permitiendo al ser humano conectar con el mundo exterior (Séguin, 1866, Cogolludo-Agustín, Gil Clemente, 2019).
- El uso del juego como metodología justificada en la amplia tradición de matemática recreativa como forma de acercarse a esta disciplina desde la libertad y el disfrute (de Guzmán, 1984).

Lo planteamos como una experiencia de aula que da pie a una investigación didáctica.

El juego empleado: Polyminix

Polyminix es un juego de mesa de reciente creación para niños a partir de seis años creado por dos profesoras de la Asociación Italiana de Profesores Tokalon (Anna Mazzitelli y María Cristina Migliucci). Constituye una de las apuestas del proyecto Erasmus+ Anfomam (*Aprender de los niños para formar a los maestros en el área de matemáticas*), para sus talleres de Geometría (Millán y otros, 2022). Es versátil, se aprende de forma sencilla, pero tiene varias modalidades de juego y existen experiencias de su uso con personas con discapacidad intelectual.

El juego tiene diferentes niveles de dificultad. El contenido del juego esta integrado por (figura 1):

- Un tablero de juego.
- Cuatro marcadores de puntos de madera.
- Un juego de quince poliminós por persona, (figuras planas formadas por cuadrados idénticos que comparten al menos un lado): 8 pentaminós, 4 tetraminós, 2 triminós y 1 dominó.

- 49 cartas de gran formato que contienen 98 desafíos de teselación de una figura divididos en 3 niveles de complejidad: las cartas de color verde son cartas fáciles, las cartas de color amarillo son cartas de dificultad media y las cartas de color rojo, son cartas difíciles.
- Dos dados de madera que indican el turno y el desafío respectivamente.

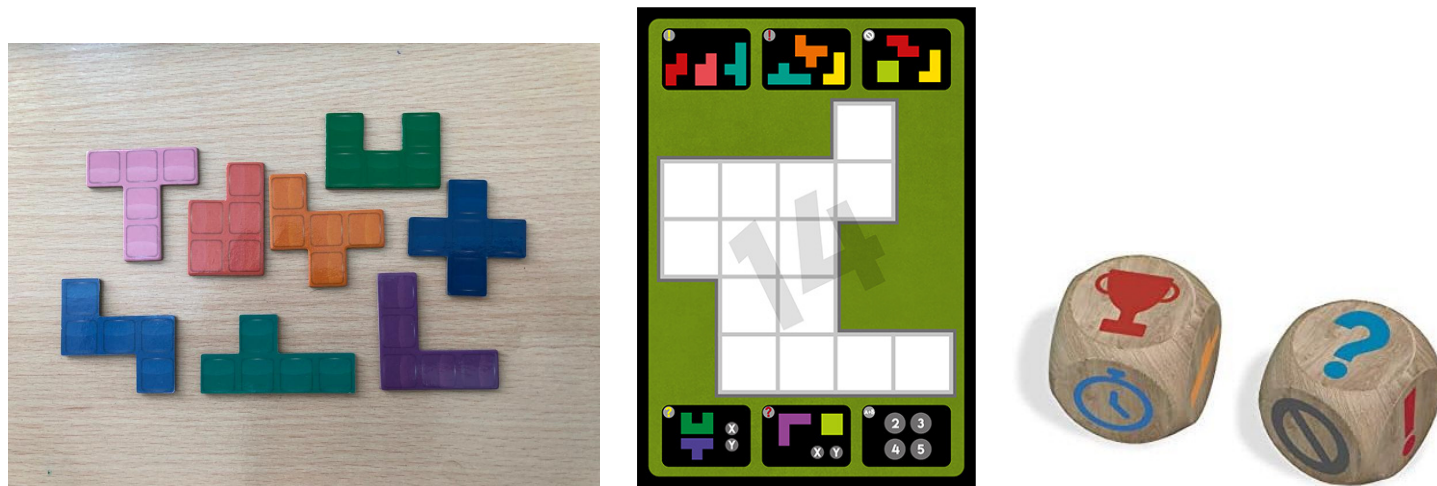


Figura 1. Poliminós, tarjeta del juego y dados

Con Polyminix cabe la posibilidad de jugar a dos juegos diferentes que básicamente consisten en teselar la superficie que aparece en la tarjeta. El juego 1, «Cubre la forma», consiste en que cada jugador se coloca en la casilla de salida del tablero con su marcador de puntos (morado, azul, verde o naranja) y se colocan en el centro de la mesa tres montones de cartas separadas por niveles de dificultad. El jugador más joven comienza la partida tirando los dados y se continúa en el sentido de las agujas del reloj. Los dados de turno y de desafío indicarán el modo de juego.

El *dado del turno* está compuesto por los iconos que pueden verse en la figura 2:



Figura 2. Caras del dado del turno

Si sale la «copa roja» indica que el primer jugador en completar el reto gana 3 puntos, mientras que el resto de los jugadores no ganan ninguno. En el caso de salir «el podio» el primer jugador en completar el reto gana 3 puntos, el segundo 2 y el tercero 1, mientras que el cuarto jugador no ganará ningún punto. Si sale otra de las caras, «la escalera», en lugar de usar una carta del mismo color que el jugador actual, cada jugador puede usar su carta preferida, teniendo en cuenta que quien acabe primero ganará 3 puntos si se usa una carta amarilla y 2 puntos si se usa una verde, mientras que el resto de los jugadores no obtienen puntos. Si sale «la estrella» el jugador actual coloca el dado de turno en la cara que prefiera. Con «el reloj» todos los jugadores que completen el reto antes de quedarse sin tiempo ganan 2 puntos. Se sugiere empezar con 1 minuto, y luego ir bajando el tiempo. La última cara del dado de turno contiene «dos cartas» y si sale el reto consiste en completar dos cartas, una después de la otra, en lugar de solo una. El primer jugador en cubrir las dos figuras de sus dos cartas gana 3 puntos mientras que el resto de los jugadores no ganan ningún punto.

Por otra parte, el *dado del desafío* también está formado por seis caras diferentes que indican una forma diferente de teselar la superficie (figura 3):



Figura 3. Caras del dado de desafío

En primer lugar, encontramos la «exclamación azul» y si sale indica que hay que usar todos los poliminós mostrados en la caja de arriba a la izquierda de la carta de desafío. También está la «exclamación roja» que indica que hay que usar todos los poliminós que aparecen en la caja de arriba del centro de la carta de desafío. Con el «interrogante azul» hay que usar todos los poliminós indicados en la caja de abajo a la izquierda, más otros poliminós a tu elección: un poliminó si en la caja aparece una X, dos poliminós si aparece X-Y y tres poliminós si aparece X-Y-Z. Con un «interrogante rojo» hay que usar todos los poliminós indicados en la caja de abajo en el centro, más otros poliminós (1, 2 o 3) a su propia elección. La siguiente cara del dado de desafío es «la prohibición» que indica que pueden usarse todos los poliminós, exceptuando los que están en la caja de arriba a la derecha. Por último, encontramos la cara de «A + B» y si sale hay que usar tantos poliminós como indique la caja de abajo a la derecha. Estos poliminós deben ser de la superficie indicada. Por ejemplo, si en la caja se indica 2-3-5-5-5 hay que usar 5 poliminós, el único dominó disponible, 1 de los 3 triminós y 3 de los 8 pentominós.

Los conceptos geométricos que trabaja Polyminix

Además del juego de mesa descrito, las tarjetas y los poliminós de Polyminix se prestan a ser utilizados en el aula de muchas formas relacionadas con las matemáticas y se puede introducir en la programación didáctica en varios temas. Detallamos a continuación los conceptos geométricos que se pueden trabajar y la importancia que tiene trabajarlos para la formación de las personas con discapacidad intelectual.

El juego trabaja en primer lugar los movimientos del plano o isometrías. Una *isometría* es una correspondencia entre puntos del plano que conserva las distancias. Se trabaja con:

- La traslación en la que cada punto se transforma en otro con el que forma un vector paralelo al llamado vector de traslación (figura 4).
- La rotación, en la que cada punto se transforma en otro de manera que el ángulo formado por esos dos puntos y el centro de giro es constante (figura 5).
- La reflexión, en la que cada punto se transforma en otro que está en una recta perpendicular al eje de reflexión a la misma distancia que el inicial (figura 6).

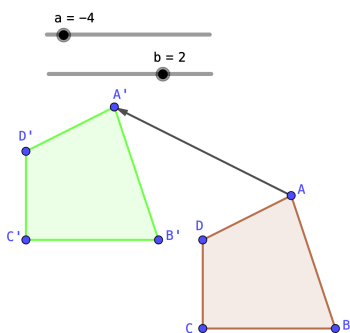


Figura 4. Traslación de vector $\vec{AA'}$

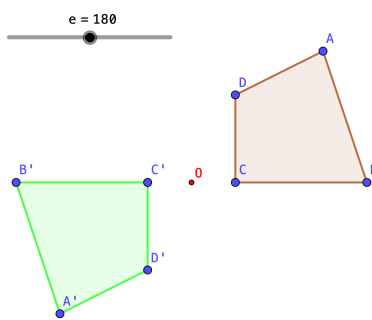


Figura 5. Rotación centro O y ángulo 180°

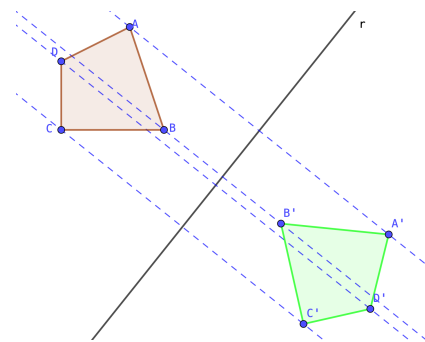


Figura 6. Reflexión de eje r

Estas isometrías tienen su correlato en el movimiento de los poliminós, cuando los movemos de sitio, los giramos o los volteamos.

En el proceso de conocimiento del mundo de las personas con discapacidad intelectual, es importante que entiendan qué movimientos podemos aplicar a los objetos para que estos no cambien de forma. Esto que es intuitivo para las personas sin discapacidad, debe ser trabajado explícitamente para las personas que la tienen.

En segundo lugar, se trabaja con las teselaciones del plano. *Teselar* el plano es cubrirlo completamente con una figura sin que quede ningún hueco entre ellas. Como el plano es infinito debemos poder imaginar que se cubre completamente para considerar que hemos teselado el plano. Un polígono tesela el plano cuando puede recubrirse el plano con esos polígonos sin solaparse y sin dejar huecos entre ellos. Solo hay tres polígonos regulares que teselan el plano y eso es debido a la medida de sus ángulos interiores que son divisores de 360° : el cuadrado (90°), el triángulo equilátero (60°) y el hexágono regular (120°).

El trabajo con el plano es otra de las necesidades básicas de las personas con discapacidad (Séguin, 1866). En él se desarrollan gran parte de nuestras actividades académicas y conocerlo más a fondo permitirá a las personas con discapacidad intelectual, escribir y dibujar mejor.

En tercer lugar, se trabaja con el área y el perímetro de las figuras planas y la relación entre ellos. Todas las figuras planas ocupan una superficie y están bordeadas por una línea. Entender estos dos conceptos y medirlos es una forma de trabajar la integración entre aritmética y geometría y de dar otro significado a los números, cosa muy útil para todos los niños especialmente los que tienen una discapacidad intelectual.

Diseño del taller

Diseñamos un taller que consta de cuatro sesiones de una hora de duración. En las dos primeras sesiones pretendemos que los jóvenes se familiaricen con las isometrías del plano y de cómo estas no cambian la forma de los poliminós empleados y en las dos últimas nos dedicamos a trabajar con las ideas de área y perímetro de un poliminó, de una composición de ellos y la relación entre ambas.

Sesión	Objetivos	Contenidos
Sesión 1	Presentar el hilo conductor Establecer las reglas y normas del juego. Familiarizarse con el juego de mesa Polyminix (piezas y teselación).	Concepto de poliminó. Las traslaciones, rotaciones y simetrías o reflexiones en el plano. Teselaciones del plano.
Sesión 2	Jugar al juego de mesa Polyminix en formato de competición.	
Sesión 3	Calcular el área de un poliminó. Calcular el área de una composición de 2 o 3 poliminós.	Área de una figura plana.
Sesión 4	Calcular el perímetro de un poliminó. Calcular el perímetro de una figura compuesta. Calcular el perímetro de una figura compuesta, recolocando una de ellas.	Perímetro de una figura plana.

Tabla1: Cuadro de sesiones del Taller de Geometría

El taller se puso en práctica en dos centros de Educación Especial de Zaragoza. Uno de ellos es el C.E.E. Jean Piaget situado en el barrio Parque Goya y el otro es el C.E.E. Ángel Rivière situado en el barrio San José, centro colaborador del proyecto Hipatia de la Facultad de Educación de Zaragoza.

Estaba destinado para 18 jóvenes con discapacidad intelectual entre 15 y 21 años, con una gran diversidad entre ellos. Había estudiantes con una gran capacidad comunicativa, otros con dificultades en el habla, estudiantes con discapacidad motora que afectaba a sus extremidades inferiores, pero presentaba buena comunicación oral, mientras que algunos estudiantes con discapacidad motora no tenían habla. Otros estudiantes presentaban trastorno del espectro autista que cursaba con problemas de conducta o con un trastorno obsesivo compulsivo. Por lo general, sus nociones sobre matemáticas se basaban en los aspectos más básicos y funcionales, es decir, referidos a operaciones matemáticas básicas tales como sumas y restas.

En cuanto a su competencia geométrica, todos se encontrarían en el nivel 1 de Van-Hiele (Gutiérrez y otros, 1991), siendo capaces de reconocer elementos geométricos en su entorno y ver las figuras como un todo. Con este taller tratamos de ayudarles a percibir partes y características de las figuras, así como algunas relaciones entre ellas con el objetivo de que fueran creciendo hacia un nivel 2 de Van-Hiele.

Las sesiones fueron dirigidas por la estudiante que estaba elaborando el trabajo fin de grado y en ambas participaron de forma activa los profesores tutores al cargo de los grupos.

Desarrollo del taller

Sesión 1

Tras explicar una historia que servirá de hilo conductor para las próximas sesiones y establecer las reglas y normas del juego y del taller, se realiza una primera toma de contacto con el juego de mesa trabajando de esta forma, el concepto de poliminó, las traslaciones, rotaciones y simetrías y la teselación en el plano. Para ello, entregamos a cada pareja de alumnos un *kit* de poliminós y diferentes cartas. Los jóvenes participaron activamente en la actividad en ambos centros. Encajaban con naturalidad los poliminós para obtener teselaciones, pese a no haber jugado nunca con juegos similares, lo que muestra la potencia de este material geométrico.

Sesión 2

Se jugó a Polyminix en modo competición, es decir, formando equipos y jugando sobre el tablero. Se destinaron diez minutos a la explicación de las reglas y se motivó la competición otorgando puntos a los equipos ganadores.

El carácter lúdico del juego hizo que los estudiantes se sintiesen atraídos y motivados. Se observó que los estudiantes tenían cierta fijación por dejar una pieza fija y no moverla a pesar de que de ese modo no podían resolver la tarjeta.



Figura 7. Jugando en C.E.E. Jean Piaget



Figura 8. Jugando en C.E.E. Ángel Riviere

Sesión 3

Se trabajó explícitamente con el área de una superficie plana. Se pretendía:

- Identificar el área de cada figura como el número de cuadrados que contiene.
- Calcular el área de una composición de poliminós (suma de las áreas de los poliminós).
- Construir, en el contexto de la historia que se les contó, una figura con un área dada.

En primer lugar, se ambientó la sesión como búsqueda de un terreno para la instalación de unos marcianos. Comenzamos calculando entre todos el área de cada poliminó utilizando el cuadrado-unidad que aparece dibujado en ellas.

A continuación trabajamos el área de una figura compuesta por varios poliminós (el área de la figura compuesta es la suma de las áreas). Para ello, pedimos a las parejas que uno de los integrantes formara un terreno compuesto por 2 o 3 poliminós y el otro integrante debía calcular el área total del terreno. El objetivo de esta actividad era hacer ver a los estudiantes que el área de la composición es la suma de las áreas de cada poliminó.

Por último, uno de los marcianos planteó un desafío a sus alumnos: «¿Quién será la persona que sea capaz de construir un terreno que tenga área 6?» (figura 9) De esta manera cada estudiante debía construir, con su *kit* de poliminós, diferentes figuras que cumplieren con lo pedido. A continuación debían dibujar la figura en una hoja cuadrículada y escribir el área (figura 10). Nótese que hay más de una respuesta válida, en concreto, 5 nuevas figuras con área 6.



Figura 9. Construyendo un terreno de un área determinada

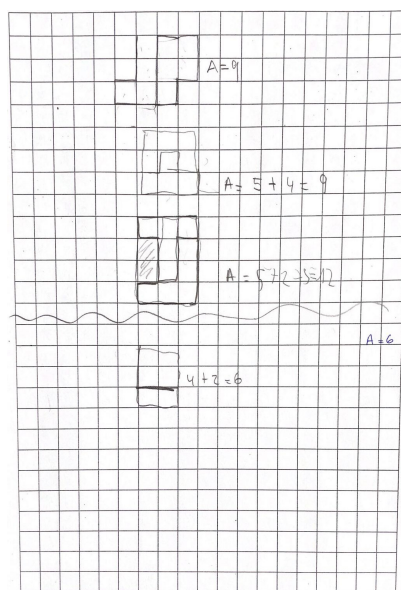


Figura 10. Dibujando terrenos

Los jóvenes de ambos colegios no presentaron ninguna dificultad a la hora de identificar el área de las figuras ni de calcular el área total de figuras compuestas (aunque en uno de los dos centros hay estudiantes con discapacidad física a los que les supone esfuerzo mover las piezas). Observamos que los jóvenes recurren a la suma de las dos áreas cuando la figura compuesta está formada por dos figuras, y que cuando está compuesta por más de dos figuras recurren al recuento del total.

Sin embargo, se observaron algunas dificultades al pasar a la representación simbólica en la cuadrícula de los ejercicios: falta de habilidad para dibujar en línea recta en la cuadrícula, falta de organización en el espacio y solapamiento de figuras.

El material ayudó a los participantes a comprender el concepto de área y a medirla utilizando como unidad de medida el cuadrado-unidad, pero las sesiones fueron escasas para lograr una interiorización del concepto.

Cuarta sesión

Trabajamos con el perímetro de una figura plana. Para ello, primero calculamos el perímetro de todos los poliminós tomando como unidad el lado externo de los cuadrados que los componen. A continuación, se calcularon perímetros de figuras compuestas e hicimos ver a los estudiantes que el perímetro de una figura compuesta no es la suma de sus perímetros como ocurría con el área. Por ello, después de calcular el perímetro de una figura compuesta, se cambiaba

de sitio uno de los poliminós que la formaban para que volvieran a calcular su perímetro y se dieran cuenta de que este cambiaba, aunque el área se mantuviera.

Esta sesión se realizó únicamente en el centro Jean Piaget debido a algunos problemas de planificación. En primer lugar, recordamos a los estudiantes cuál era su última misión: buscar una valla para rodear el terreno de los marcianos. Comenzamos familiarizándoles con el concepto de perímetro a través de unas figuras en cartulina, que debían rodear con sus dedos. Posteriormente, calculamos el perímetro de cada poliminó. Al no ser un procedimiento fácil, realizamos un ejemplo con el dominó. Repartimos la hoja que completaron en la sesión anterior donde calcularon el área de las figuras con el fin de obtener su perímetro para que la completaran con los perímetros. Una vez repartidas las fichas, la dificultad que se observó, principalmente, fue que algunos alumnos al no tener las figuras ordenadas espacialmente en la hoja cuadrículada se confundían contando los cuadrados (figura 10).

La medida del perímetro usando el lado externo del cuadrado resultó más difícil de aplicar que contar los cuadrados enteros, por lo que esta actividad requirió de más tiempo del establecido para que los estudiantes entendiesen bien el concepto antes de pasar a otra actividad. Se realizaron varias modificaciones del diseño de la sesión para ello. Algunos alumnos decidieron contar el perímetro marcando con un rotulador los lados externos de los poliminós (figura 11).

Los resultados no fueron los esperados. El concepto trabajado no es difícil y los jóvenes mostraron comprenderlo, cuando recorrían con sus dedos el borde de la figura. Sin embargo, les resultó difícil medirlo, usando el lado del cuadrado, quizá porque el material era menos adecuado para este fin que para la medida de las áreas.



Figura 11. Escribiendo perímetros

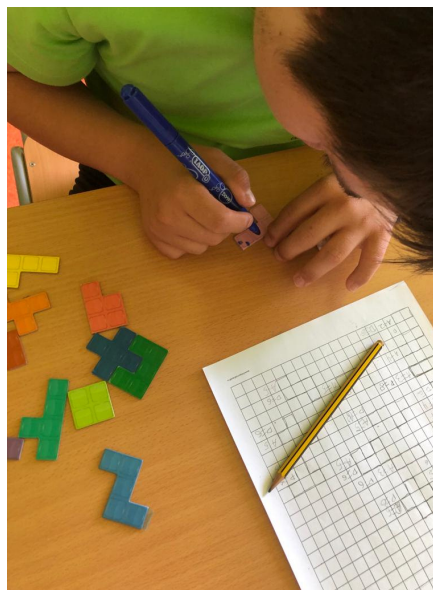


Figura 12. Calculando perímetros

Resultados del Taller

En términos generales la implementación del taller ha dado lugar a resultados favorables y prometedores. A pesar de ser jóvenes que no estaban acostumbrados a trabajar la geometría, hemos podido observar que esta disciplina los anima a participar y trabajar de forma natural.

El juego Polyminix provoca un alto nivel de implicación de los alumnos. Es un juego que invita a la acción y al que todos tienen acceso fácilmente. Sería lo que llamamos una actividad de suelo bajo y techo progresivamente alto.

Todos los alumnos mostraron una comprensión intuitiva de los movimientos de traslación, giro y volteo para cumplir el objetivo del juego y los realizaban de manera natural. Solo una de las alumnas se mostraba reacia a realizar volteos con las piezas, lo que puede mostrar una dificultad para entender que la reflexión es un movimiento que mantiene la forma de la figura.

Los jóvenes reconocían muy bien todos los poliminós (algo propio de su nivel de comprensión geométrica). Entendieron que teselar el plano era ir encajando las figuras y en ningún momento las superpusieron, aunque a veces sí que colocaban las figuras saliéndose del recinto.

El juego ayudó a que los jóvenes diferenciaron la superficie de una figura de su perímetro y facilitó la medida de las superficies, aunque no fue muy adecuado para medir los perímetros.

La diversidad en las dos aulas era grande y cada participante poseía unas características que les hacía únicos. A veces estas fueron limitantes como en algunos casos de discapacidad motora. Sin embargo, con ayuda de los docentes, todos pudieron realizar las actividades y sentirse incluidos en el proyecto.

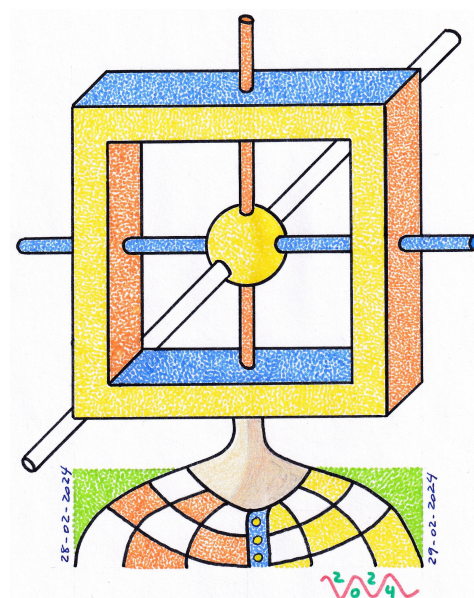
Conclusiones

Gracias a la aplicación de la propuesta se han podido confirmar las virtudes que tiene el juego y la utilidad de una visión de las matemáticas para las personas con discapacidad intelectual que no se centre en sus aspectos más prácticos y funcionales, sino que dé cabida a otros aspectos como puede ser la geometría. Es una experiencia que puede servir de inspiración para otros centros que quieran involucrarse en la búsqueda de enfoques formativos para la educación matemática de las personas con discapacidad intelectual.

El hecho de que la experiencia del taller fuera también parte de una investigación ha ayudado a profundizar en algunas ideas matemáticas que estaban en su base y ha enriquecido la observación de los alumnos (se utilizó una metodología de observación participante para la que se elaboraron unas guías de observación directa y un registro anecdótico). Ambas cosas contribuyen a una mejora de la calidad de la educación matemática.

Referencias bibliográficas

- COGOLLUDO, J. I. y E. GIL (2019), «The Effectiveness of Teaching Geometry to Enhance Mathematical Understanding in Children with Down Syndrome», *International Journal of Disability, Development and Education*, 66(2), 1–20.
- FARAGHER, R., y B. CLARKE (ed) (2014), *Educating learners with Down Syndrome*, Routledge, New York.
- GIL, E. (2020), *Matemáticas que suman*, Horsori, Barcelona.
- GUTIÉRREZ, A., A. JAIME, y J. M. FORTUNY (1991), «An alternative paradigm to evaluate the acquisition of the Van Hiele levels», *Journal for Research in Mathematics Education*, 22(3), 237-251.
- GUZMÁN, M. DE (1984), «Juegos matemáticos en la enseñanza», *Números*, 59, 5-38.
- MILLÁN, A., y OTROS (2022), *Crecer con las matemáticas: talleres experienciales de matemáticas para la formación de profesores de escuela infantil y primaria. Guía didáctica para el docente formador*, Servicio de Publicaciones, Universidad Pública de Navarra, ISBN 978-84-9769-378-3.
- MONARI, E (1998), «Teenagers with Down syndrome study Algebra in high School», *Down Syndrome Research and Practice* 5 (1), 34-38.
- SÉGUIN, E. (1866), *Idiocy: and its treatment by the physiological method*, Augustus M. Kelley, New York.



Impossible face 70 (Vicente Meavilla Seguí)