

Una aproximación metodológica a la enseñanza de las matemáticas a través de canciones

por

ANA M. PILAR MARTÍN PUEBLA Y GEMA R. QUINTANA PORTILLA
(IES Garcilaso de la Vega, Torrelavega; IES Montesclaros, Reinosa)

Durante el curso 21/22 el Dpto. de Matemáticas del IES Montesclaros se propuso llevar a cabo un proyecto experimental: motivar al alumnado a través de la creación y el uso de canciones. Algunos de los miembros del departamento ya habían empleado materiales musicales existentes no propios en cursos anteriores con resultados muy positivos. Es por ello por lo que se opta por conseguir una producción propia. La necesidad también responde al hecho de que existen numerosos conceptos matemáticos para los que no hay recursos de este estilo. Además, se buscaba que las canciones hiciesen referencia a los contenidos para introducirlos, reforzarlos y ayudar a su comprensión y asimilación.

Matemáticas y música

Nuestro proyecto se centró en el trabajo con alumnado de ESO principalmente ya que observamos su especial interés en aplicaciones como TikTok o Instagram. De ahí que cuando se les propuso trabajar empleando canciones y música demostrasen gran entusiasmo e interés por participar.

En la actualidad podemos encontrar un gran número de canciones que tratan sobre matemáticas y que son empleadas para divulgar sobre ellas y en algunas ocasiones como recursos en las aulas para introducir de forma lúdica determinados conceptos y/o motivar su aprendizaje. Sirvan de ejemplo los trabajos de Muñoz (1994), Muñoz y otros (2017) y Muñoz (2019). En ellos podemos observar las ventajas socio afectivas y emocionales del empleo de la música en la educación matemática. Los autores cuentan sus experiencias en las aulas y hacen una recopilación de recursos existentes.

Nos inspiró el trabajo de Muñoz (1994) centrado en una experiencia llevada a cabo con el grupo de Primero de BUP en el I.B. Macarena durante el curso 1992-93. Al igual que lo que le sucedió a él, nuestros alumnos tampoco observaban relación alguna entre las matemáticas y la música a priori.

Los miembros del Departamento de Matemáticas del IES Montesclaros comenzamos empleando algunas de las canciones usadas por Muñoz y otros (2017). Gracias a ello nos percatamos de la necesidad de crear una producción propia que respondiera a necesidades reales del alumnado. Observamos sus dificultades de aprendizaje e intentamos darles solución centrandó nuestras composiciones en aquellos aspectos que involucraban una mayor dificultad.

Entre las canciones empleadas por el departamento destacan las siguientes:

- Sobre el teorema de Pitágoras:
 - Adriano Calentano (1960): *Pitágoras*.
 - Los Milos: *Pitágoras*.
 - Collin Dodds: *Pythagorean Theorem (Math Song)*.
- Sobre el número pi:
 - Kate Bush: *Pi*.
 - Canción de Danny Perich: *150 decimales de Pi*.

- Prioridad de operaciones (Bedmas)
 - Collin Dodds: *BEDMAS (Order of Operations Math Song)*.
- Teorema de Thales
 - Les Luthiers: *Teorema de Thales ilustrado*.
- Transformaciones geométricas:
 - Collin Dodds: *Geometric Transformations (Math Song)*.
- Sobre el concepto del cero:
 - José Muñoz Santonja y Manuel López Vargas: *Sevillanas del cero*.

Fueron de especial utilidad los temas en inglés para trabajar en los grupos bilingües con matemáticas como DNL. El alumnado participó activamente en la experiencia disfrutando de las producciones del profesorado que se recogen a continuación.

Producciones propias

Rap del logaritmo

La primera propuesta fue el *Rap del logaritmo* compuesto por Arturo Bravo profesor del IES Lope de Vega junto con David Lama profesor del IES Montesclaros durante el curso 21/22.

Ritmo, ritmo... ritmo
Ponme una base
Que tenga mucho ritmo
Ritmo, ritmo... ritmo
Una buena base
Que es el rap del logaritmo
Quiero una base
Que sea positiva
Ni uno ni cero,
Ni tampoco negativa
Ritmo, ritmo... ritmo
Ponme una base
de lo más normal
Puede ser fracción
o también irracional
Si la base es «e»
Ten cuidado hermano:
Que tienes en tu mano
Logaritmo neperiano
Un logaritmo
Es un exponente
Quiero que te quedes
Con esto en la mente
No lo lamento
No lo lamentos
Una cosa es clara:
¡¡Logaritmo presidente!!
Y ahora hazte algo
Que merezca la pena:
Factoriza el argumento
Que me lo ha dicho Lorena
Logaritmo de A por B
Es igual a la suma

Si no lo he dicho mil veces
No te lo he dicho ninguna
Y si quieres calcular
Logaritmo del cociente
Lo tendrás que restar
Como cualquier exponente
O si te gusta el parkour
Esta sí que es peligrosa:
Logaritmo de potencias
Me lo salto y a otra cosa.
Ritmo, ritmo... ritmo
Desde el siglo diecisiete
Ya tenemos logaritmo.

Matillancico

Se trata de un villancico para alumnos de 2.º de Bachillerato. Versa sobre algunos de los contenidos de Matemáticas II: matrices, determinantes, sistemas, derivadas e integrales. Se trabajó los días previos a las vacaciones de Navidad, de ahí la elección del tipo de canción.

(Música: *Deck the halls*)

Decoremos el Montesclaros fa la la la la la la la
Con fórmulas y ecuaciones fa la la la la la la la
En el instituto aprendo fa la la la la la la la
Y con mate me entretengo fa la la la la la la la
En segundo de bachiller, matrices voy a aprender
Determinantes, derivadas e integrales van después.

Música: *La Marimorena*

Mate, mate, mate vienen las matrices
Con determinantes y todos felices
El producto de matrices ya no es conmutativo
Cambia el orden de las mismas
Y verás lo que te digo.
Mate, mate, mate los determinantes
Aquí te daremos trucos fascinantes
Los que son 2×2 se calculan fácilmente
Multiplicas en cruz y lo tienes claramente
Mate, mate, mate sigue escuchando
Y poco a poco se te irá quedando
Los que son 3×3 ya se nos van complicando
No los calcularás si Sarrus no estás usando.
Mate, mate, mate otro teorema
Rouché - Frobenius estudia el sistema
Si los rangos son iguales el sistema es compatible,
Pero si son diferentes tienes uno incompatible
Mate, mate, mate Cramer tenemos
Para los sistemas lo emplearemos.
Y si quieres de un sistema encontrar las soluciones
Regla de Cramer o Gauss son las mejores opciones.

Música: *Burrito Sabanero*

En la clase de mate derivadas voy a dar
En la clase de mate derivadas voy a dar
Derivar, derivar... me las tengo que estudiar
Derivar, derivar... para poder aprobar
Si la función es constante un cero vas a tener

Y si es exponencial se te va a quedar igual
Derivar, derivar... la tabla dominarás
Derivar, derivar... es lo contrario de integrar
Si una función es continua, tú la puedes derivar
Y las que no lo sean derivada no tendrán
La pendiente, la pendiente... es lo que vas a hallar
De la tangente a esa curva... en el punto la tendrás
Mate, mate, mate, mate
Mate, mate, mate, ma
Apúrate a derivar... la integral ya va a llegar.

Música: *Los peces en el río*

Pero mira como integran los chicos de segundo
Pero mira como integran en clase con Daniela
Integran, integran y vuelven a integrar
Los chicos de segundo si quieren aprobar.
Si hay en el integrando
un producto de funciones
Y quieres calcularlo
sin muchas complicaciones
Para integrar por partes se empieza multiplicado
Se empieza multiplicando la u por la v
Y ahora te toca restarle la integral
De v diferencial de u para poder terminar
Si hay en el integrando
Una función racional
Lo que aquí te interesa
Es saber factorizar
Funciones racionales queremos integrar
cuyos denominadores he de factorizar
para en fracciones simples poder descomponer
y gracias a ello el problema resolver.

No olvides más

Tema para introducir y repasar los productos notables a partir de segundo de ESO.

Música: *No rompas más*

No olvides más o te arrepentirás
El doble producto, entiéndelo.
Si quiebras esta regla, mi pobre corazón
Lo harás mil pedazos, apréndelo.
La suma al cuadrado queremos calcular
Y un truco vamos a emplear
Y de esta manera siempre obtendrás
El cuadrado de una suma y nada más.
En primer lugar has de sumar
El cuadrado de la 1.^a y 2.^a cantidad
Para continuar tienes que sumar
El doble producto y ya está.
RECUÉRDALO: $(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2 \cdot a \cdot b$
No olvides más o te arrepentirás
El doble producto, entiéndelo.
Si quiebras esta regla, mi pobre corazón
Lo harás mil pedazos, apréndelo.
La resta al cuadrado queremos calcular
Y una segunda fórmula te voy a dar
Y de esta manera siempre obtendrás

El cuadrado de una diferencia y nada más.
En primer lugar, has de sumar
El cuadrado de la 1.^a y 2.^a cantidad
Para continuar tienes que restar
El doble producto y ya está.
RECUÉRDALO: $(a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b$
No olvides más o te arrepentirás
El doble producto, entiéndelo.
Si quiebras esta regla, mi pobre corazón
Lo harás mil pedazos, apréndelo.
La suma por la resta queremos calcular
Esta última fórmula te va a encantar
Y de esta manera siempre obtendrás
Suma por diferencia y nada más.
Esta es la más fácil que vas a encontrar
El doble producto no saldrá
Y tan solo restarás
Al cuadrado de la 1.^a el de la 2.^a cantidad
RECUÉRDALO: $(a+b) \cdot (a-b) = a^2 - b^2$

Pisaeta

Recurso para introducir el concepto de número irracional. Se puede emplear a partir de primero de ESO. Se trabajó los días previos a las vacaciones de Semana Santa.

Música: *La Saeta* de India Martínez

Dijo una voz popular
¿Quién me presta una calculadora
Para el problema acabar
Para aprobar el examen
Y poder promocionar?
Oh, las mates, calcular
La ciencia de los humanos
Siempre con tiza en las manos
Siempre por investigar
Pi es irracional
Infinitos decimales
Números excepcionales
Todos ellos sin final
De una gran utilidad
todos los vamos a usar
Y en la circunferencia
los vas a necesitar
¡Oh, pi irracional
No puedo contar tus cifras
Porque nunca se terminan
Y eso es excepcional!
¡Oh, pi irracional
No puedo contar tus cifras
Porque nunca se terminan
Y eso es excepcional!
¡Oh, pi irracional
No puedo contar tus cifras
Porque nunca se terminan
Y eso es excepcional!

Las anteriores producciones constituyen el inicio de nuestro proyecto que ha pasado a ser de tipo intercentros, ya que nosotras las impulsoras no compartimos destino el presente curso. Además, ha adquirido un cariz multidisciplinar involucrando a otros departamentos (música, geografía e historia, lengua e inglés).

En la actualidad, seguimos creando nuevos temas y todo apunta a que se continuará durante los próximos cursos de cara a lograr un gran repositorio abierto a cualquiera que desee emplear estos recursos. Todo nuestro repertorio puede ser encontrado en nuestro *blog*.

Consecuencias de la aproximación metodológica

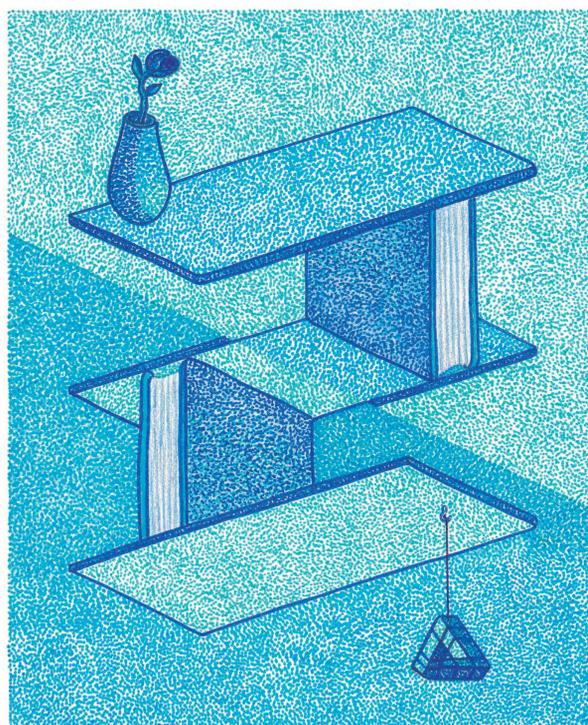
Se viene experimentando una gran mejoría en los resultados académicos sin duda motivada por esta nueva aproximación y el empleo de estos recursos musicales que facilitan la interiorización y comprensión de los contenidos en que decidimos incidir de forma especial una vez detectadas las necesidades del alumnado. Queda claro pues que a través de la música podemos enseñar y aprender matemáticas.

Producciones del alumnado

El alumnado de ESO durante el pasado curso creó producciones propias, que demostraron ser catalizadoras en su proceso de aprendizaje mejorando en gran medida su desempeño. Actualmente, nuestro alumnado se encuentra inmerso en ese trabajo. Los resultados de estas producciones estarán listos en junio que es la fecha tope ya que las grabaciones y puesta en escena de las producciones se realiza durante el tercer trimestre.

Referencias bibliográficas

- MUÑOZ, J. (1994), «Pequeño divertimento músico-matemático», *Números: Revista de didáctica de las matemáticas*, n.º 25, 39-44.
(2019), «Vamos a cantar matemáticas», *Números: Revista de didáctica de las matemáticas*, Vol. 100, 113-117.
MUÑOZ, J., A. FERNÁNDEZ-ALISEDA y J. A. HANS (2017), «¡Tócala otra vez, Sam!», *Actas del VIII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática*, Madrid, 78-86.



Las figuras imprimidas en formas
en letras de ortografía.
vicente meavilla. 31-12-02

Estantes (Vicente Meavilla Seguí)