

# Cotidiano, transversal y transparente

por

ANA ISABEL BLASCO NUÑO, CARMEN SOGUERO PAMPLONA Y RICARDO ALONSO LIARTE

(CEIP Ricardo Mallén, Calamocha; IES Valle del Jiloca, Calamocha; IES Salvador Victoria, Monreal del Campo)

Geogebra es un programa que, en un foro de docentes de matemáticas, no necesita presentación. El título de este artículo nos propone tres características que dotan a GeoGebra de esa adaptabilidad que hace apto su uso en cualquier etapa. La cotidianidad debería impregnar nuestro trabajo con las competencias específicas en el aula, y el uso del programa nos facilita dicho trabajo en nuestro día a día, ayudándonos a concretar la manera de abordar dichas competencias con el alumnado. Y esto ocurre de forma transversal en el tiempo, es decir, a lo largo de todas las etapas educativas, desde infantil hasta bachillerato. Además, siendo un recurso tecnológico, su uso debería ser transparente, sin convertirse en un objeto de atención en sí mismo. Más bien podría jugar un papel vehicular de los aprendizajes: a través del programa aprendemos, sin que el propio programa sea el objeto del aprendizaje.

Ángel Alsina, en su propuesta de «itinerarios didácticos», tanto de 6 a 12 años como de 0 a 3 años, sugiere una jerarquía de contextos y niveles de enseñanza: los contextos informales, intermedios y formales, que dan lugar a tres niveles de enseñanza por los que debe pasar cualquier alumno en su proceso de aprendizaje de un contenido.

Los contextos informales se emplearían en un primer nivel en el que es necesario ligar el objeto matemático con el mundo real del alumno. La actividad debe arrancar de un situación de la vida cotidiana lo que incrementará el interés y fomentará la creatividad del alumnado. Implica materiales manipulativos y juegos que aseguran una mayor eficiencia en el aprendizaje.

En un segundo nivel se usarían contextos intermedios. Ya no trabajamos directamente con objetos reales sino con representaciones, evocaciones o construcciones mentales de los mismos. Por eso, estos contextos elevan el grado de abstracción. En este nivel aparecen también los recursos tecnológicos, entre los que se encontrarían los *applets* con los que trabajamos. En ellos, los niños hacen una inmersión en una realidad representada, no real, lo que les ayuda a aumentar su capacidad de abstracción.

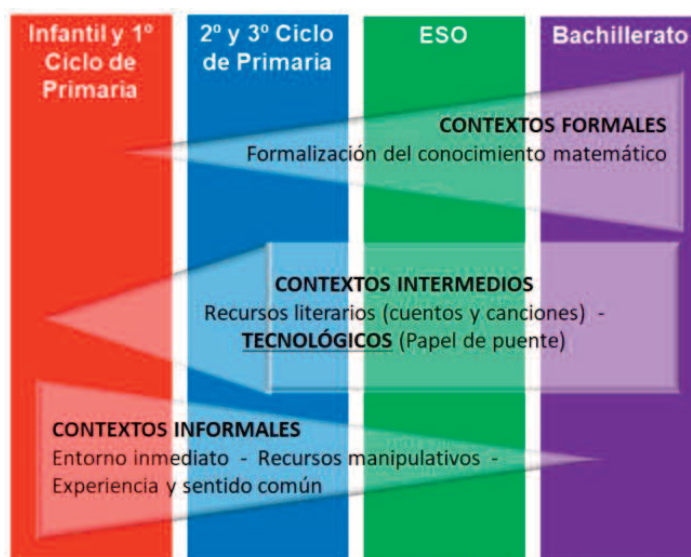


Figura 1

Por último, en un tercer nivel encontramos los contextos formales, que ya emplean un lenguaje propio de las matemáticas, con notación específica, necesaria por otra parte para desarrollar los contenidos avanzados. Estamos hablando de materiales impresos, pero también en formato digital, como los *applets* de GeoGebra como herramientas para investigar y crear, con pleno uso de los códigos matemáticos.

La utilización de los tres contextos es conveniente en todos los niveles académicos, aunque no en el mismo grado, tal como se puede ver en la figura 1.

Los contextos informales serán los más utilizados en las primeras etapas de escolarización, reduciéndose su intervención conforme se asciende en el nivel educativo, sin abandonarlos del todo en las demás etapas por su capacidad de ligar los contenidos a la realidad. Por el contrario, los contextos formales invierten esta tendencia, puesto que conducen a la abstracción necesaria en el aprendizaje de las matemáticas. Entre ambos, los contextos intermedios, en los que se encuentran los recursos tecnológicos, juegan un papel de puente entre los dos anteriores. Aquí es donde encontramos la utilidad de GeoGebra.

Su utilidad se extiende a todas las etapas educativas, siempre y cuando se tengan en cuenta distintos grados de uso del programa, asociados al nivel de madurez del pensamiento matemático del alumnado.

Ordenándolos por un nivel creciente en dificultad (figura 2), consideraremos en primer lugar la utilización de *applets* disponibles en la red. Se trata de emplear los ya diseñados, a través de un navegador, sin necesidad de usar herramientas específicas de GeoGebra más allá de arrastrar, dibujar o escribir texto y números. Los alumnos que usen los *applets* de este modo no necesitan ningún conocimiento de GeoGebra. El profesorado, tampoco: no necesita conocimientos de GeoGebra para usarlo en el aula.

El siguiente modo de uso del programa es como soporte para investigación. El docente prepara un *applet* cuyas herramientas pueda usar el alumnado para resolver cuestiones, de forma guiada o no, mediante preguntas. El alumnado usará herramientas específicas (geométricas, algebraicas, analíticas...) para resolver las cuestiones en una pequeña investigación con un objetivo didáctico.

Por último, podemos ver GeoGebra como una herramienta de creación de contenido. El docente explica el funcionamiento del programa al alumnado, quien crea un *applet* que cumpla los requisitos que el profesor marca con un objetivo de aprendizaje concreto.

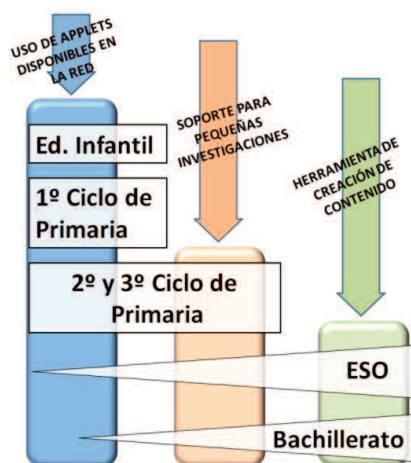


Figura 2

A continuación vamos a ver un conjunto de aplicaciones que han sido llevadas al aula. Su selección gira en torno a cuatro ejes estrechamente relacionados, tanto con las competencias específicas matemáticas como con los sentidos matemáticos en que se concretan los saberes. Hemos elegido «Estrategias», «Patrones», «Conexiones» y «Datos y Clasificaciones». Estos ejes nos permiten movernos transversalmente por los bloques de contenidos clásicos, al tiempo que estamos abordando todas las competencias específicas de Matemáticas. Desde estos cuatro ejes, podemos trabajar sobre todos los sentidos de las matemáticas en que se concretan los saberes básicos.

Describimos a continuación algunas actividades seleccionadas como ejemplos de estos cuatro ejes, que se pueden encontrar, junto con las propuestas de uso en el libro GeoGebra que se puede consultar en el siguiente [enlace](#).

## Estrategias

En la etapa de educación infantil se comienza a trabajar el concepto de número, tanto en su sentido cardinal como ordinal, así como su grafía. Comenzamos con una sencilla actividad de contar: «¿Cuántos huevos hay?» en la que una gallina está incubando huevos que los niños deben de contar y después escribir la grafía del número correspondiente. En el número 46 de la revista *Entorno Abierto* se puede leer el artículo «Números para contar» en el que se comentan las propuestas de uso de esta aplicación.

Otras propuestas de recuento se ofrecen en las tres actividades que continúan. En ellas, además de realizar conteos, se llevan a cabo descomposiciones de números entre dos y cinco sumandos. Estas actividades, llamadas «Número diana», se encuentran comentadas en el número 35 de la revista *Entorno Abierto*, en el artículo «Entre mates anda el juego» (páginas 7-12).

El siguiente bloque incluye dos actividades que trabajan los repartos igualitarios, que permiten un primer acercamiento a la división. Se pueden encontrar más detalles en el artículo «[Repartos igualitarios](#)» del número 55 de la mencionada publicación.

Para cerrar este eje se presentan una serie de actividades que muestran un escenario similar en todas ellas, ambientadas en lugares comerciales. A través de las compras se plantean actividades orientadas al conocimiento del dinero, desde las monedas y billetes para los más pequeños, hasta la valoración de ofertas con porcentajes para los mayores. El artículo «[Problemas de dinero](#)», está disponible en el número 32 (páginas 5-8) de esta publicación.

## Patrones

La percepción y reconocimiento de patrones y regularidades, así como la comprensión, verbalización y formación de modelos a partir de ellos, constituye una interesante herramienta para el pensamiento computacional y de análisis y resolución de problemas. Desde la etapa infantil, además de trabajar las secuencias temporales que ayuden a una mejor comprensión del desarrollo vital, resulta de gran importancia proponer actividades sobre la formación de series de objetos (animados o inanimados), colores, números, etc. En etapas posteriores se presenta el trabajo con estructuras, patrones, regularidades y secuencias como una herramienta de gran utilidad para la resolución de problemas, el establecimiento de conjeturas y la generalización de resultados.

Dentro de este apartado comenzamos con unas actividades para infantil que se pueden llevar también a la etapa de primaria dado que están graduadas por dificultad. Se trata de series, bien de elementos reales como animales o de otros más abstractos. En el número 44 de esta revista se puede encontrar el artículo «[Series... pero no serias](#)» con propuestas de uso para el aula de estas aplicaciones.

Continuando con la construcción de series se plantean tres actividades pertenecientes al Proyecto Gauss, bajo el título de «Cuentas de collares». En ellas se propone localizar de qué color será una cuenta determinada o cómo hay que diseñar un modelo para que cuando se forme el collar con todas las cuentas, determinadas posiciones estén ocupadas por cuentas del color previsto. Estamos en un nivel en el que la aritmética a través de aproximaciones por multiplicación o estudiando el resto de la división permite llegar a resolver la situación planteada. Este tipo de actividad puede ser abordada en cursos superiores de primaria y primeros de secundaria.

También para secundaria e incluso bachillerato está orientada la aplicación «Las tablas de multiplicar». Sobre un círculo se señalan un número  $N$  de puntos (en el *applet* varía entre 10 y 100), y se numeran. La variable  $t$  nos indica la tabla de multiplicar que vamos a visualizar. Basta unir cada punto con el que indica su  $t$ -múltiplo. Así, si estamos en la tabla del 2, el 1 lo uniremos con el 2, el 2 con 4, el 3 con el 6, continuando hasta que no quede un punto sin unir. En el caso de que el resultado de la multiplicación exceda el valor del último punto, se unirá con el punto que corresponda al resto de dividir ese valor entre  $N$ . De esta manera se van formando configuraciones sobre las que se pueden ir formulando preguntas del tipo: ¿Qué relación debe existir entre  $N$  y  $t$  para obtener configuraciones como las de las imágenes de la figura 3?

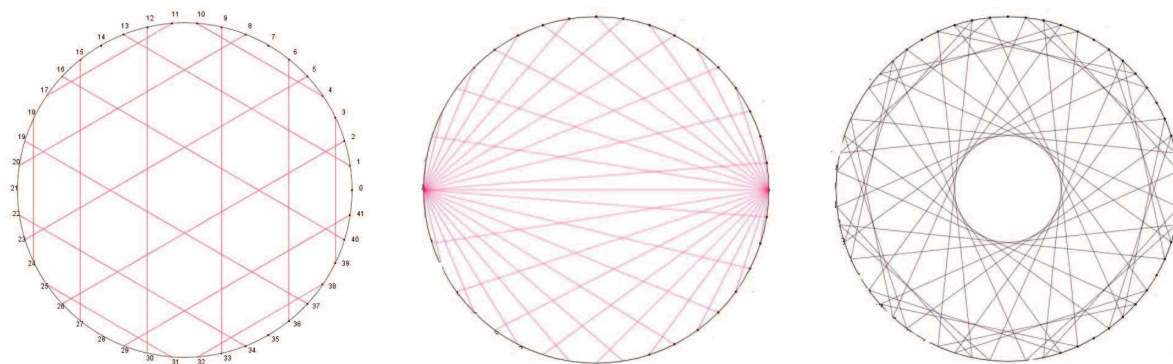


Figura 3

Se pueden encontrar otras relaciones en el video de este [enlace](#). Esta forma de visualizar las tablas de multiplicar invita a construirlas sobre piezas de madera para decorar, por ejemplo, el centro educativo.

### Datos y clasificaciones

No cabe duda de que actualmente el tratamiento de datos está en auge y es piedra angular en muchas de las aplicaciones informáticas y tecnológicas que nos envuelven en el día a día. Ser capaces de abordar con criterio, organizar y clasificar datos es pues una tarea necesaria en la formación de los estudiantes, y es preciso iniciarla desde edades tempranas. Así pues, desde la etapa infantil hay que abordar estas tareas familiarizando a los niños con tablas que recojan datos, gráficos que los muestren y con la verbalización de comentarios que los analicen. Este apartado recoge algunas propuestas que giran en torno a estas ideas.

Las cuatro actividades que se proponen en el apartado «Datos y gráficos» muestran clasificaciones y elaboraciones de tablas de frecuencia aumentando en cada una el nivel de independencia del alumno respecto a la toma de decisiones y procesamiento de los datos. En ellas, la recogida de datos se realiza con la implicación activa del alumnado.

La propuesta de *applets* de esta sección se encuentra comentada en el artículo «[Bailando con datos](#)» del número 37 de esta revista (páginas 3-9).

Una herramienta con la que podemos extraer datos que pueden ser clasificados es el geoplano. Los hay de plástico o madera, se pueden crear sustitutos con tramas de puntos sobre papel, y también los hay en formato digital interactivo. Estos últimos se pueden encontrar realizados con diversos programas informáticos y con variadas funcionalidades. El que presentamos en esta actividad está diseñado para poder trabajar sobre él aspectos muy variados, más allá de los puramente geométricos. Se puede elegir el tamaño de la cuadrícula (entre 3 y 9 puntos de lado), así como los objetos sobre los que trabajar: segmentos, triángulos y cuadriláteros. Se ha añadido una propuesta más en el botón «camino», que ofrece dos puntos aleatoriamente situados en la cuadrícula que hay que unir con trazos horizontales y verticales recorriendo el resto de puntos.

Como se puede apreciar se abordan muchos aspectos ligados al currículo con propuestas que desarrollan el sentido numérico, por supuesto el geométrico, pero también el estocástico. Por supuesto las posibilidades no acaban aquí sino que hay un amplio margen de maniobra, con las que se pueden abarcar todas las etapas educativas.

Pasando a formas geométricas, la actividad «Polígonos estrellados» plantea el recuento de distintas configuraciones cuando se van uniendo los vértices de un polígono regular con un paso dado. En este caso, la realización de recuentos de forma ordenada de los tipos de figuras que van apareciendo al variar el paso y los puntos, facilita la tarea de responder a las preguntas que se plantean en la actividad.

Otra actividad en la que la realización de los recuentos y organización de los datos obtenidos es fundamental, es «Explorando diagonales», actividad perteneciente al NRich Maths project. En el vértice superior derecho de la diagonal de un rectángulo aparece un número que representa el número de líneas de la cuadrícula que atraviesa la diagonal del rectángulo. Para encontrar la relación entre ese número y las coordenadas del vértice del rectángulo, es necesario organizar datos, probar, conjeturar..., y comprobarlo con el *applet*.

## Conexiones

Salvador Victoria, pintor nacido en Rubielos de Mora en 1928, embarcado en el informalismo y el expresionismo abstracto, encontró en el círculo y la geometría elementos artísticos para una gran parte de su obra pictórica. Manteniendo como escenario de trabajo la obra de este pintor, proponemos en este apartado actividades que conectan el mundo del arte con las matemáticas en cualquier etapa educativa.

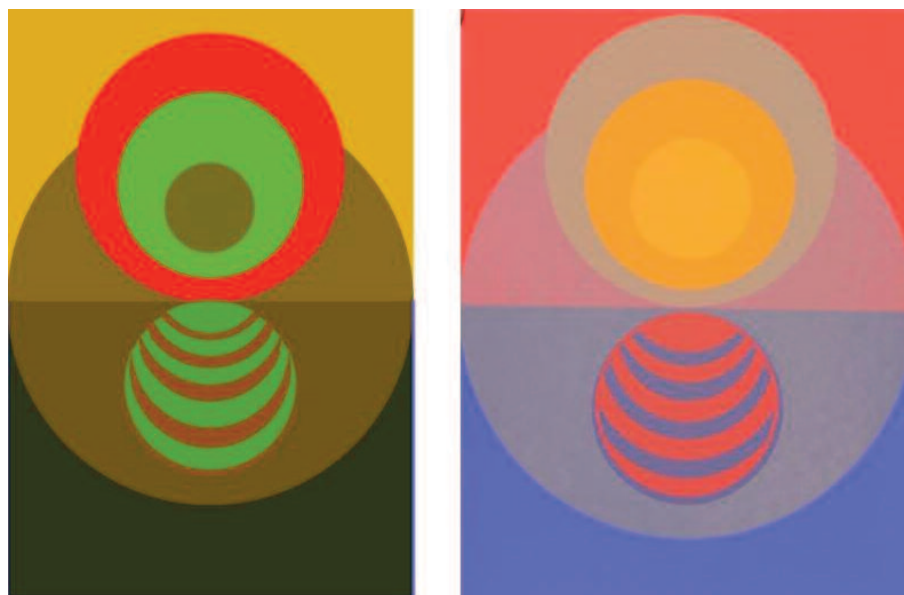


Figura 4

En primer lugar, «Los círculos de Salvador Victoria» ofrece a los alumnos los elementos que forman el cuadro separados, para que lo puedan reproducir siguiendo el modelo. En la etapa infantil con este ejercicio se puede incidir en las posiciones relativas (delante-detrás, arriba-abajo, dentro-fuera). La inversión de los colores a través del botón DAR LA VUELTA, permite jugar con las simetrías a la hora de colocar de nuevo los círculos. Acompañarla con papel y espejo facilitará la comprensión y visualización de las simetrías. De esta manera se amplía también a los primeros cursos de primaria la posibilidad de utilizarla.

Un ejercicio más creativo se ofrece en «Crea tu Salvador Victoria», donde

pueden jugar con los colores de los elementos que conforman la obra, así como el tamaño de los círculos que se incluyen. No hay reglas frente a la creatividad pero se puede dirigir un poco la construcción por parte del docente con instrucciones variadas en torno a la idea de posiciones relativas como dentro-fuera, superior-inferior, o tonalidades de color, etc.

Sin abandonar el cuadro, «Cambiando las formas de Salvador Victoria», ofrece una exploración topológica, el intercambio de círculos por cuadrados y rectángulos por semicírculos, que se transforma en una exploración de medida al activar la retícula. De esta manera se pueden comparar las figuras y establecer relaciones entre las áreas de los cuadrados, de los rectángulos, entre los perímetros...

Estamos ya hablando de propuestas que alcanzan a primaria y secundaria. ¿Podemos llegar hasta el bachillerato? «Animaciones cromáticas en la obra de Salvador Victoria» nos muestra una posibilidad de trabajar de forma más compleja con obras de este autor. Los alumnos deben de reproducir el cuadro con las formas básicas con las que está elaborado y conseguir que cada uno de los elementos vaya cambiando de color de forma continua. Para ello se recurre a asignar a cada canal de color (RGB) una función que varíe entre 0 y 1. GeoGebra ayuda a conseguir unas funciones más o menos complejas que cumplan las condiciones establecidas, como que pasen por determinados puntos y visualizar el efecto que producen en la asignación de las zonas de color.

Habría otras posibilidades en lugar de usar funciones, por ejemplo elementos aleatorios o el azar. Y se podría ampliar la intervención sobre otras obras e imágenes, animando elementos que formen parte de ellas y sean susceptibles de moverse: relojes que funcionan, pájaros que pueden desplazarse volando sobre la imagen, amanecer y anochecer...

## Y para terminar

Incorporar GeoGebra en la práctica docente diaria no implica necesariamente la creación de nuevas aplicaciones. Para todos los niveles podemos encontrar *applets* ya elaborados que se adaptarán a nuestras necesidades. De este modo, el uso técnico del programa pasa desapercibido para el docente, que se centra en el desarrollo de los contenidos. En definitiva, GeoGebra se puede llevar al aula de un modo cotidiano, transversal y transparente.